

OCT 22 1937

# ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG  
DER  
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON  
H. GEIGER

107. BAND. 1. UND 2. HEFT  
MIT 57 TEXTFIGUREN  
(ABGESCHLOSSEN AM 13. SEPTEMBER 1937)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1937

Die

# Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstände der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die **Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24**, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahrenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satz-kosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennetttoppreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

**Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.**

## Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

### Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.
2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.
3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.
4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.
5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.
6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.
7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.
8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.
9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.
10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.
11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.
12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

**Der Herausgeber: H. Geiger.**



## Die empirische Genauigkeit des Masse-Energie-Verhältnisses.

Von Werner Braunbek in Tübingen.

(Eingegangen am 29. Juni 1937.)

An Hand von 31 verschiedenen hierfür geeigneten Kernprozessen, deren Energietönung bekannt ist, wurde unter Benutzung der neuesten Massenwerte von Aston und Bainbridge das Verhältnis der Energie zu der ihr äquivalenten Masse berechnet. Als Mittelwert ergibt sich 1 atomare Masseneinheit ( $O_{16} = 16$ )  $= 0,922 \cdot 10^9$  e-Volt  $\pm 1\%$ , wobei sowohl die Betrachtung der statistischen Fehler der einzelnen Massen- und Energiemessungen als auch die Unterschiede der einzelnen Prozesse gegeneinander auf eine Fehlergrenze der Größenordnung  $1\%$  führen. — Setzt man  $1 \text{ g/erg} = c^2$ , so ergibt sich mit dem obigen Wert die Lichtgeschwindigkeit zu  $c = 2,98_5 \cdot 10^{10} \pm 0,5\%$  cm/sec, was innerhalb der Fehlergrenze mit dem wahren Wert übereinstimmt.

### I. Problemstellung.

Es konnte in den letzten Jahren an zahlreichen Kernprozessen die theoretische Masse-Energie-Beziehung  $E = m_0 c^2$  geprüft werden. Die vorliegende Arbeit stellt sich nun die Aufgabe, aus dem gesamten vorhandenen Versuchsmaterial ohne Rücksicht auf theoretische Vorstellungen den wahrscheinlichsten *experimentellen* Wert des Masse-Energieäquivalents zu ermitteln, und dessen Genauigkeit auf Grund der Meßgenauigkeit der benutzten Versuchsergebnisse und deren Streuung abzuschätzen. Es wird sich dabei zeigen, daß die Genauigkeit heute schon so groß ist, daß man mit gutem Recht das Äquivalenzgesetz zwischen Masse und Energie als direkt experimentell begründetes Fundamentalgesetz der Physik auffassen kann, das zweckmäßigerweise — genau wie etwa auch der Energiesatz — an die Spitze theoretischer Entwicklungen als deren Ausgangspunkt gesetzt werden sollte, statt aus anderen Prinzipien, die meist weniger direkt und weniger genau mit dem Experiment verknüpft sind, theoretisch abgeleitet zu werden.

### II. Die experimentellen Grundlagen.

a) *Die verwendeten Kernprozesse.* Eine Zusammenstellung von Kernprozessen, deren Energietönung gemessen werden konnte, haben kürzlich Flügge und Krebs<sup>1)</sup> gegeben. Ihre Tabelle 1 umfaßt 60 durch Teilchenstoß erzielte Kernreaktionen und weitere 17 selbständige  $\beta$ -Zerfälle. Einige wenige von ihnen (Nr. 17, 28, 34, 45, 47, 52, 53, 54 und 10') wurden wegen

<sup>1)</sup> S. Flügge u. A. Krebs, Phys. ZS. **38**, 13, 1937.

Tabelle 1. Die für die Rechnungen verwendeten Kernprozesse.

Tabelle 1. Die für die Rechnungen																						
Nr.	Na	H	D	T	He <sup>3</sup>	He <sup>4</sup>	Li <sup>6</sup>	Li <sup>7</sup>	Li <sup>8</sup>	Be <sup>8</sup>	Be <sup>9</sup>	B <sup>10</sup>	B <sup>11</sup>	C <sup>12</sup>	C <sup>13</sup>	N <sup>13</sup>	N <sup>14</sup>	N <sup>15</sup>	O <sup>16</sup>	O <sup>17</sup>	F <sup>17</sup>	
„0“	1	1	-1																			
1		-1	2	-1																		
2	-1		2		-1																	
3			1			-2	1															
4		-1	1				1	-1														
5		1			-1	-1	1															
6	1			-1		-1	1															
7	-1		1			-2		1														
8	-1		1					1		-1												
9		-1	1					1	-1													
10			1			-2		1														
11		1						1		-1					-1							
12,33	-1					1					1											
13	-1		1					1														
15			1			-1		-1														
16			1	-1			-1			-1		1										
18		1				-1	-1					1										
19	-1									-1		1			-1							
20		-1				1						1	-1									
21,22		-1	1									1										
23			1			-3				-1		1										
24			1			-1						1										
25	1					-1		-1														
26	-1		1								-1			1	-1							
27			1			-1								1								
29		1				-3				-1				1								
30		1				-1																
31		-1	1												1	-1						
32	-1		1												1					-1		
35		-1				1											1					
36	-1					1											1					
37			1			-1									-1		1					
38		-1	1											-1			1					
39	1					-1											-1					
40			1			-1													1			
41		-1	1																1			
42	-1		1																-1			
46		1				-1																
2'										1	-1						-1	1				
5'																				-1	1	
8'																						

Tabelle 2. Energietönungen der Kernprozesse (in  $10^6$  e-Volt).

Nr. des Prozesses	Energietönung aus den Originalarbeiten	Gewertetes Mittel
0	$2,26 \pm 0,08$ ; 2,26	$2,26 \pm 0,08$
1	$3,97 \pm 0,02$ ; $3,96 \pm 0,06$	$3,97 \pm 0,02$
2	2,7; $2,8 \pm 0,2$ ; $3,21 \pm 0,13$	$3,0 \pm 0,2$
3	$22,06 \pm 0,07$	$22,06 \pm 0,07$
4	$5,0 \pm 0,05$	$5,0 \pm 0,05$
5	3,6	$3,6 (\pm 0,2)$
6	5	$5,0 (\pm 0,2)$
7	$14,6 \pm 0,25$ ; 14,0	$14,3 \pm 0,3$
8	$14,3 \pm 0,5$ ; $14,3 \pm 0,5$	$14,3 \pm 0,3$
9	$4,3 \pm 0,1$	$4,3 \pm 0,1$
10	$17,06 \pm 0,06$ ; 17,5	$17,2 \pm 0,2$
11	16,0	$16,0 (\pm 0,2)$
12,33	6,2	$6,2 (\pm 0,2)$
13	4,95; $4,14 \pm 0,27$	$4,4 \pm 0,3$
15	7,23	$7,23 (\pm 0,2)$
16	4,5	$4,5 (\pm 0,2)$
18	2,05; $2,05 \pm 0,1$	$2,05 \pm 0,1$
19	- 1,6	- 1,6 ( $\pm 0,2$ )
20	3,10; 3,2; $3,1 \pm 0,3$	$3,1 \pm 0,1$
21,22	$9,11 \pm 0,1$ ; 9,1	$9,11 \pm 0,1$
23	$18,45 \pm 0,45$	$18,45 \pm 0,45$
24	$17,5 \pm 0,15$	$17,5 \pm 0,15$
25	2,0; $1,4 \pm 0,05$	$1,7 \pm 0,3$
26	$13,5 \pm 0,3$ ; 13	$13,3 \pm 0,3$
27	$8,08 \pm 0,15$	$8,08 \pm 0,15$
29	$8,5 \pm 0,6$ ; $8,7 \pm 0,2$	$8,6 \pm 0,1$
30	8,6; $8,49 \pm 0,08$	$8,55 \pm 0,08$
31	$2,65 \pm 0,07$ ; $2,65$ ; $2,6 \pm 0,16$ ; $2,66 \pm 0,06$	$2,65 \pm 0,03$
32	- $0,37 \pm 0,03$ ; - 0,3	- $0,34 \pm 0,03$
35	- 1,3; - 1,26; - $0,41 \pm 0,23$	- $1,0 \pm 0,3$
36	- 4,7	- $4,7 (\pm 0,2)$
37	$13,22 \pm 0,1$ ; 13,7	$13,4 \pm 0,2$
38	8,0; $8,53 \pm 0,1$	$8,3 \pm 0,2$
39	- 0,3	- $0,3 (\pm 0,2)$
40	$2,95 \pm 0,04$	$2,95 \pm 0,04$
41	$1,19 \pm 0,05$	$1,19 \pm 0,05$
42	- 1,8	- $1,8 (\pm 0,2)$
46	8,3	$8,3 (\pm 0,1)$
2'	11,1 bis 12,3	$11,7 \pm 0,6$
5'	2,35 bis 2,55; 2,35 bis 2,55	$2,45 \pm 0,1$
8'	3,2 bis 3,5	$3,35 \pm 0,15$

Die in der letzten Spalte stehenden Mittelwerte sind für die weiteren Rechnungen maßgebend.



Das Endergebnis enthält also das experimentelle Material von 31 verschiedenen Kernprozessen, von denen einige auch von mehreren Autoren untersucht worden sind. Das Versuchsmaterial ist daher genügend breit, um eine Genauigkeitsabschätzung auch aus den gegenseitigen Abweichungen durchführen zu können.

Die 41 Prozesse, von denen ausgegangen wurde, sind in Tabelle 1 (mit den aus der Flüggeschen Tabelle übernommenen Nummern, unter Zufügung des Deutonenaufbaues als „0“, und mit gestrichenen Nummern der  $\beta$ -Zerfälle) in einer ohne weitere Erläuterung verständlichen Form zusammengestellt.

b) *Die Energiewerte.* Wegen der Werte der Energietönungen der einzelnen Kreisprozesse sei auf die sehr ausführlichen Literaturangaben bei Flügge und Krebs (l. c.) verwiesen. Außer den dort angegebenen Literaturstellen sind für die Prozesse 20<sup>1)</sup> 2), 35<sup>1)</sup> 3) und 46<sup>4)</sup> noch einige weitere Arbeiten herangezogen. Die Energietönungen sind aus den Originalarbeiten direkt in  $10^6$  e-Volt entnommen. Sie sind samt den dort angegebenen Fehlergrenzen in Tabelle 2 zusammengestellt, und zu einem Mittelwert vereinigt, dessen Fehlergrenze entweder durch die Fehlergrenze der Originalwerte, oder (wenn mehrere vorliegen) durch deren gegenseitige Abweichungen gegeben ist. In Fällen, in denen nur *ein* Originalwert ohne Angabe einer Fehlergrenze vorliegt, wurde diese nach der bekannten Fehlergrenze bei ähnlichen Messungen geschätzt (eingeklammerte Werte).

c) *Massenwerte.* Auf höchste Genauigkeit der Massenwerte kommt es hier sehr an. Es sind daher die Massenwerte *nur* in der Form der *direkt* massenspektroskopisch gemessenen *Dublette* in die Rechnung eingeführt. Da die massenspektroskopischen Methoden noch immer verbessert werden, sind nur die *neuesten* Messungen (1936) berücksichtigt. Einzig der Wert für das Dublett (3 D — Li<sup>6</sup>) wurde einer früheren Arbeit (1933) entnommen, da es seither nicht neu gemessen worden ist. Die verwendeten Massendifferenzen sind folgende:

Das Dublett 1 kann bei Aston und Bainbridge als gleich angesehen werden; dagegen zeigen die Dublette 7 und 9 außerhalb der angegebenen Genauigkeitsgrenzen liegende Unterschiede. Bei allen Kernprozessen, bei denen diese Dublette eine Rolle spielen, werden wir daher *beide* Werte getrennt mitführen.

---

<sup>1)</sup> J. Chadwick, J. E. R. Constable u. E. C. Pollard, Proc. Roy. Soc. London (A) **130**, 463, 1930. — <sup>2)</sup> H. Miller, W. E. Duncanson u. A. N. May, Proc. Cambr. Phil. Soc. **30**, 549, 1934. — <sup>3)</sup> O. Haxel, ZS. f. Phys. **93**, 400, 1935. — <sup>4)</sup> M. C. Henderson, M. S. Livingston u. E. O. Lawrence, Phys. Rev. **46**, 38, 1934.

Tabelle 3. Massendifferenzen (in tausendstel M. E.;  $O^{16} = 16$ ).

Nr.	Dublett	Aston	Bainbridge u. Jordan
1	2 H — D	$1,52 \pm 0,04^1)$	$1,53 \pm 0,04^3)$
2	2 D — He	$25,51 \pm 0,08^1)$	
3	3 D — Li <sup>6</sup>		$26,4 \pm 0,3^4)$
4	3 D — C <sup>++</sup>	$42,36 \pm 0,18^1)$	
5	B <sup>10</sup> — Ne <sup>20</sup> ++	$16,84 \pm 0,15^2)$	
6	CH — C <sup>13</sup>		$4,5 \pm 0,1^3)$
7	CH <sub>2</sub> — N	$12,45 \pm 0,07^2)$	$13,0 \pm 0,2^5)$
8	NH — N <sup>15</sup>		$10,74 \pm 0,2^6)$
9	CH <sub>4</sub> — O	$36,01 \pm 0,24^1)$	$36,9 \pm 0,2^5)$
10	HDO — F	$18,33 \pm 0,29^2)$	
11	D <sub>2</sub> O — Ne <sup>20</sup>	$30,83 \pm 0,40^2)$	

### III. Berechnung aus einzelnen Kernprozessen.

Es lassen sich nun verschiedene Wege beschreiten, um aus den bekannten Kernprozessen das Masse-Energieverhältnis auszurechnen. Der einfachste ist offenbar der, daß man sich diejenigen Kernprozesse heraussucht, die *jeder für sich allein* schon eine genügend genaue Berechnung erlauben, d. h. diejenigen, deren Reaktionsgleichungen sich aus den genau bekannten Massedubletten der Tabelle 3 aufbauen lassen. Es sind dies die in Tabelle 4 wiedergegebenen acht Prozesse.

Die  $a_n$  bedeuten hierbei die Energietönungen, die aus Tabelle 2 entnommen werden können, die eingeklammerten Ziffern in der dritten Spalte die Massendublette der Tabelle 3, aus denen die linke Seite der Reaktionsgleichung sich aufbaut. In den Fällen, in denen die Dublette (7) und (9) eingehen, sind zwei Werte der Massendifferenz angegeben (nach Aston und nach Bainbridge). Die Fehler in der letzten Spalte sind als Wurzel aus der Summe der Fehlerquadrate der einzelnen Massendublette erhalten.

Das Masse-Energieverhältnis:

$$A = \frac{\text{Energie (in } 10^6 \text{ e-Volt)}}{\text{Masse (in } 1/_{1000} \text{ M. E.)}}$$

wird nun einfach durch Division der Zahlen in der letzten Spalte der Tabelle 3 durch die Zahlen in der letzten Spalte der Tabelle 4 erhalten. Zusammen mit den relativen Fehlern liefert Tabelle 3.

<sup>1)</sup> F. W. Aston, Nature **137**, 357, 1936. — <sup>2)</sup> F. W. Aston, ebenda, S. 613. — <sup>3)</sup> K. T. Bainbridge u. E. B. Jordan, Phys. Rev. **49**, 883, 1936. — <sup>4)</sup> K. T. Bainbridge, ebenda **44**, 56, 1933. — <sup>5)</sup> E. B. Jordan u. K. T. Bainbridge, ebenda **49**, 883, 1936. — <sup>6)</sup> E. B. Jordan u. K. T. Bainbridge, ebenda **50**, 98, 1936.

Tabelle 4. Kernprozesse zur Einzelberechnung.

Nr. der $\theta'_{10}$ aus Tabelle 1	Reaktionsgleichung	Aufbau aus den Dubletten der Tabelle 3	Massendifferenz der Reaktion
3 20	$\text{Li}^6 + \text{D} - 2 \text{He}$ $\text{B}^{10} + \text{He} - \text{C}^{13} - \text{H}$	$= a_3$ $= a_{20}$	$24,62 \pm 0,34$ $4,77 \pm 0,35$
23	$\text{B}^{10} + \text{D} - 3 \text{He}$	$= a_{23}$	$4,33 \pm 0,35$ $19,11 \pm 0,41$
31 37	$\text{C} + \text{D} - \text{C}^{13} - \text{H}$ $\text{N} + \text{D} - \text{C} - \text{He}$	$= a_{31}$ $= a_{37}$	$18,67 \pm 0,41$ $2,98 \pm 0,11$
38 40	$\text{N} + \text{D} - \text{N}^{15} - \text{H}$ $\text{O} + \text{D} - \text{N} - \text{He}$	$= a_{38}$ $= a_{40}$	$14,58 \pm 0,11$ $14,04 \pm 0,22$
46	$\text{F} + \text{H} - \text{O} - \text{He}$	$= a_{46}$	$9,21 \pm 0,20$ $3,47 \pm 0,26$ $3,14 \pm 0,30$ $8,70 \pm 0,30$

Der  $A$ -Wert des Prozesses 20 fällt ganz aus den übrigen Werten heraus, und wird daher nicht mitverwertet. Schon Flügge (l. c.) vermutet, daß bei diesem Prozeß eine  $\gamma$ -Strahlung entsteht, die einen Teil der Energie übernimmt. Statt des gewöhnlichen Mittels von  $A$ , das 0,925<sub>5</sub> ergibt, soll ein *gewogenes* Mittel gebildet werden, indem jeder  $A$ -Wert entsprechend seiner Genauigkeit mit einem Gewicht  $1/\varepsilon^2$  versehen wird. Der mittlere Fehler kann auf zwei Wegen abgeschätzt werden. Erstens als  $1: \sqrt{\sum \frac{1}{\varepsilon^2}}$  aus den in Tabelle 5 angegebenen Fehlern der Einzelwerte. Und zweitens nach einer gewöhnlichen Fehlerrechnung aus den Abweichungen der Einzelwerte vom Mittel. Es wird hierfür nicht das gewogene, sondern das gewöhnliche Mittel zugrunde gelegt, um die Fehlerrechnung in ihrer einfachen Form durchführen zu können. Bildung des gewogenen Mittels und Fehlerrechnung ist in Tabelle 6 ausgeführt.

Es wird:

$$\bar{A} = \frac{\sum \frac{A}{\varepsilon^2}}{\sum \frac{1}{\varepsilon^2}} = 0,922$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\varepsilon^2}}} = 0,8 \%,$$

$$\Delta_2 = \frac{\sqrt{\frac{(\Delta A)^2}{n(n-1)}}}{\bar{A}} = 1,4 \%.$$



Tabelle 5. Das Masse-Energieverhältnis.

Nr. des Prozesses	$A$	Fehler der Energie %	Fehler der Masse %	Fehler des Verhältnisses $\varepsilon = 100 \frac{\Delta A}{A}$
3	0,896	0,3	1,4	1,4
20	(0,650)	0,3	7,3	7,3
	(0,716)		8,1	8,1
23	0,965	2,4	2,15	3,2
	0,988		2,2	3,2
31	0,889	1,1	3,7	3,9
37	0,919	1,5	0,8	1,7
	0,954		1,6	2,2
38	0,901	2,4	2,2	3,3
40	0,850	1,4	7,5	7,6
	0,939		9,6	9,7
46	0,954	1,2	3,45	3,6
Mittel: [ohne (20)] <b>0,925</b>				

Tabelle 6. Gewogenes Mittel und Fehlerrechnung.

Nr.	$A$	$\varepsilon$	$1/\varepsilon^2$	$A/\varepsilon^2$	$\Delta A$	$(\Delta A)^2$
3	0,896	1,4	0,5102	0,4571	- 29	841
23	0,965	3,2	0,0975	0,0941	+ 40	1600
	0,988	3,2	0,0975	1,0963	+ 63	3969
31	0,889	3,9	0,0657	0,0584	- 36	1296
37	0,919	1,7	0,3460	0,3180	- 6	36
	0,954	2,2	0,2066	0,1971	+ 29	841
38	0,901	3,3	0,0918	0,0827	- 24	576
40	0,850	7,6	0,0173	0,0147	- 75	5625
	0,939	9,7	0,0108	0,0101	+ 14	196
46	0,954	3,6	0,0730	0,0696	+ 29	841
$\Sigma$ :			1,5164	1,3981		15 821

Die Berechnung zeigt:

1. Daß das gewogene Mittel sich kaum von dem gewöhnlichen Mittel unterscheidet; es ist dies ein Zeichen dafür, daß die weniger genauen  $A$ -Werte für sich um ungefähr denselben Mittelwert gruppiert liegen, wie die genaueren  $A$ -Werte für sich.

2. Daß aus den gegenseitigen Abweichungen der  $A$ -Werte ein etwas größerer mittlerer Fehler des Mittels (1,4%) folgt als nach den Fehlergrenzen der Originalarbeiten zu erwarten gewesen wäre (0,8%). Dies zeigt, daß die in den Originalarbeiten angegebenen Fehlergrenzen nicht die ganze Ungenauigkeit der Massen- und Energiewerte umfassen, was übrigens auch aus dem direkten Vergleich verschiedener Ergebnisse, etwa der Astonischen und Bainbridgeschen Massenwerte, ersichtlich ist. Maßgebend für die Genauigkeit des Mittelwertes  $\bar{A}$  ist der größere Fehler  $\Delta_2$ .

Nun ist weiter:

$$10^6 \text{ e-Volt} = 1,593 \cdot 10^{-6} \text{ erg},$$

$$^{1/1000} \text{ M. E.} = 1,650 \cdot 10^{-27} \text{ g.}$$

Dies zusammen mit dem erhaltenen Ergebnis:

$$^{1/1000} \text{ M. E.} \simeq 0,922 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$$

ergibt:

$$1 \text{ g} \simeq \frac{0,92 \cdot 21,593 \cdot 10^{-6}}{1,650 \cdot 10^{-27}} \text{ erg} = 8,91 \cdot 10^{20} \text{ erg.}$$

Setzt man  $1 \text{ g} \simeq c^2 \text{ erg}$ , so erhält man für die Lichtgeschwindigkeit  $c$  den Wert:

$$c = \underline{2,98_5 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec} \pm 0,7\%},$$

einen Wert, der nur 0,4% tiefer liegt als die nach anderen Methoden erhaltenen Werte der Lichtgeschwindigkeit, mit diesen also innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmt.

#### IV. Berechnung aus kombinierten Kernprozessen.

Nur acht von den bekannten Kernprozessen konnten in Abschnitt III verwertet werden, weil die vielen übrigen Massenwerte enthalten, die nicht genügend genau bekannt sind. Man kann jedoch auch diese zur Berechnung heranziehen, indem man jeweils mehrere von ihnen geeignet *kombiniert*, nämlich so, daß die nicht genügend genau bekannten Massenwerte herausfallen. Dabei müssen von vornherein solche Prozesse ausscheiden, die einen bestimmten Kern als *einzige* enthalten, da sie für eine weitere Unbekannte nur *eine* Gleichung liefern und so zum Endergebnis nichts beitragen. So ist z. B. in der Flüggeschen Tabelle der Prozeß 60 der einzige, der den Kern  $\text{Cl}^{35}$  enthält, der Prozeß 59 der einzige mit  $\text{S}^{34}$ , der Prozeß 17' der einzige mit  $\text{P}^{32}$  usw. Läßt man alle Prozesse weg, die nicht *mehr* Gleichungen beitragen als Unbekannte (wobei zu beachten ist, daß 9 Prozesse schon zu Anfang wegen Unsicherheit weggelassen wurden), so verbleiben gerade die in Tabelle 1 aufgeführten 39 Prozesse<sup>1)</sup>, in denen jeder Kern mindestens zweimal (z. B.  $\text{He}^3$  in Prozeß 2 und 5), meist aber sehr viel öfter vorkommt. Aus diesen 39 Prozessen müssen nun alle Kerne, deren Masse nicht genügend

<sup>1)</sup> In Tabelle 1 stehen 41 Prozesse. Die Prozesse 38 und 46 gehören hier aber nicht her, da sie ja als einzige einen Kern ( $\text{N}^{15}$  bzw.  $\text{F}^{19}$ ) enthalten. Sie stehen nur deswegen in Tabelle 1, weil sie bei den Einzelprozessen in Abschnitt III verwertet wurden.

genau bekannt ist, eliminiert werden. Besonders einfach wird das Verfahren, wenn man die Elimination so weit treibt, daß nur noch *ein* Massendublett in den Endgleichungen stehenbleibt, und zwar soll dies das besonders genau gemessene Dublett ( $2\text{ D} - \text{He}$ ) sein. Es handelt sich also darum, alle *unabhängigen* Linearkombinationen der 39 Prozesse anzuschreiben, die als Ergebnis  $2\text{ D} - \text{He}$  liefern. Eine einfache Linearkombination dieser Art wäre z. B. Prozeß 13 weniger Prozeß 19 plus Prozeß 24, oder gleich in den Energietönungen geschrieben:

$$2\text{ D} - \text{He} = a_{13} - a_{19} + a_{24}.$$

Wie man aus Tabelle 1 leicht sieht, eliminieren sich dabei die Kerne  $\text{Nn}$ ,  $\text{B}^8$ ,  $\text{B}^9$  und  $\text{B}^{10}$ . Die angegebene Kombination ist besonders einfach; im allgemeinen braucht man mehr als 3 Prozesse, um durch ihre Kombination das Dublett ( $2\text{ D} - \text{He}$ ) zu erhalten. Da die 39 Prozesse im ganzen 20 verschiedene Kerne enthalten, von denen alle bis auf 2 eliminiert werden sollen, müßte es  $39 - 18 = 21$  unabhängige Linearkombinationen für ( $2\text{ D} - \text{He}$ ) geben. Nun befinden sich aber unter den 39 Prozessen eine Anzahl, die unter sich *überhaupt nicht* zu der Form ( $2\text{ D} - \text{He}$ ), sondern nur zu der Form ( $2\text{ H} - \text{D}$ ) kombiniert werden können. Es sind dies die 10 Prozesse 9, 32, 35, 36, 40, 41, 42, 2', 5' und 8'. Da das Dublett ( $2\text{ H} - \text{D}$ ) ebenfalls gut bekannt ist, könnten diese Prozesse prinzipiell auch zur Berechnung des Masse-Energieverhältnisses herangezogen werden. Das Dublett ( $2\text{ H} - \text{D}$ ) hat jedoch nur den Wert 1,52, ist also sehr klein. Der entsprechende Energiewert entsteht bei der Kombination der Prozesse als Differenz sehr viel größerer Zahlen, und besitzt daher nicht mehr die erforderliche Genauigkeit. Die genannten 10 Prozesse, die die Kombination ( $2\text{ D} - \text{He}$ ) nicht zu bilden erlauben, müssen also ausscheiden.

Die verbleibenden 29 Prozesse enthalten noch die 15 Kerne:  $\text{Nn}$ ,  $\text{H}$ ,  $\text{D}$ ,  $\text{T}$ ,  $\text{He}^3$ ,  $\text{He}^4$ ,  $\text{Li}^6$ ,  $\text{Li}^7$ ,  $\text{Be}^8$ ,  $\text{Be}^9$ ,  $\text{B}^{10}$ ,  $\text{B}^{11}$ ,  $\text{C}^{12}$ ,  $\text{C}^{13}$ ,  $\text{N}^{14}$ . Da von diesen alle bis auf 2 eliminiert werden, sollte es jetzt  $29 - 13 = 16$  unabhängige Linearkombinationen geben. Bei der Elimination von  $\text{Nn}$  zeigt es sich aber, daß sich  $\text{H}$  von selbst mit eliminiert. Daher gibt es nicht 16, sondern 17 unabhängige Linearkombinationen. Diese sind natürlich nicht eindeutig bestimmt, da man beliebige Vielfache von „Null-Kombinationen“, wie z. B.  $a_{24} - a_{21} - a_{30}$  u. a. zuzählen kann. Läßt man sich von dem Gesichtspunkt leiten, Linearkombinationen aus möglichst wenigen Summanden zu erhalten, so sind die 17 unabhängigen Linearkombinationen, die das Dublett ( $2\text{ D} - \text{He}$ ) ergeben, folgende (Tabelle 7).



Tabelle 7. Linearkombinationen des Dubletts (2 D — He).

$a_{13} - a_{19} + a_{24}$	$= 23,5 \pm 0,4$
$a_0 + a_1 + a_3 - a_6$	$= 23,29 \pm 0,2$
$a_0 + a_2 + a_3 - a_5$	$= 23,72 \pm 0,3$
$-a_0 + a_{11} + a_{15} - a_{19}$	$= 22,57 \pm 0,3_5$
$a_1 + a_{11} + a_{15} - a_{16}$	$= 22,7 \pm 0,3_5$
$a_{13} - a_{19} + a_{21} + a_{30}$	$= 23,66 \pm 0,4$
$a_0 + a_2 + a_4 - a_5 + a_{10}$	$= 23,86 \pm 0,3_5$
$-a_0 + a_4 + a_{11} + a_{18} - a_{19}$	$= 22,39 \pm 0,3$
$a_0 - a_{20} + a_{21} + a_{26} + a_{31}$	$= 24,22 \pm 0,3$
$a_1 + a_3 - a_6 - a_7 + a_{10}$	$= 23,93 \pm 0,4$
$a_2 + a_3 - a_5 - a_8 + a_{11}$	$= 23,16 \pm 0,4_5$
$a_{12} - a_{19} - a_{20} + a_{24} + a_{31}$	$= 24,85 \pm 0,3_5$
$a_0 - a_{20} + a_{21} + a_{31} + a_{37} - a_{39}$	$= 24,62 \pm 0,3$
$a_{11} - a_{20} + a_{25} + a_{26} - a_{30} + a_{31}$	$= 22,0 \pm 0,5$
$a_{13} - a_{19} + a_{21} - a_{23} + a_{24} + a_{29}$	$= 22,76 \pm 0,6$
$-a_{19} - a_{20} + a_{24} + a_{26} - a_{27} + a_{31}$	$= 23,87 \pm 0,4$
$a_2 + a_3 - a_5 + a_{10} - a_{13} + a_{15} - a_{23}$	$= 23,04 \pm 0,7$

Zu jeder Linearkombination ist gleich ihr aus den Werten der Tabelle 2 berechneter Energiewert angeschrieben. Bildet man aus diesen Energiewerten ein gewöhnliches und ein gewogenes Mittel, sowie die beiden Arten von Fehlern in gleicher Weise wie im Abschnitt III, so wird:

das gewöhnliche Mittel:  $23,42 \cdot 10^6$  e-Volt,

das gewogene Mittel:  $23,50 \cdot 10^6$  e-Volt

$$\left( \sum \frac{a}{\varepsilon^2} = 3310,4; \quad \sum \frac{1}{\varepsilon^2} = 140,84 \right),$$

der aus den angegebenen Fehlergrenzen errechnete Fehler:

$$\Delta_1 = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{\varepsilon^2}}} = 0,08 = 0,3_5 \%,$$

der aus den Abweichungen vom Mittel mittels einer gewöhnlichen Fehlerrechnung errechnete Fehler:

$$\Delta_2 = 0,19 = 0,8 \, \%.$$

Auch hier unterscheidet sich also das gewogene Mittel nur wenig vom gewöhnlichen Mittel, und der wirkliche, aus den Abweichungen vom Mittel errechnete Fehler  $\Delta_2$  ist größer als der Fehler  $\Delta_1$ , der nach den angegebenen Fehlergrenzen der Energiewerte zu erwarten wäre.

Da der Massenwert des Dubletts (2 D — He)  $25,51 \pm 0,08$  ist, errechnet sich nun das Masse-Energieverhältnis zu:

$$A = \frac{23,50 \pm 0,8 \, \%}{25,51 \pm 0,3 \, \%} = \underline{0,921} \pm 0,8_5 \, \%.$$

Dieser Wert stimmt erstaunlich gut überein mit dem Wert 0,922, der sich im Abschnitt III aus den Einzelreaktionen ergab. Die Fehlergrenze ist (hauptsächlich infolge der größeren Zahl verwendeter Prozesse) noch etwas niedriger als dort.

#### V. Zusammenfassung und Schluß.

Acht hierfür geeignete einzelne Kernreaktionen ergeben als Mittel des empirischen Masse-Energieverhältnisses:

$$1 \text{ M. E.} = 0,922 \cdot 10^9 \text{ e-Volt} \pm 1,4\%.$$

Insgesamt 29 Kernreaktionen (unter denen auch wieder 6 der zuerst genannten sind) ergeben durch geeignete Kombination als Mittel des empirischen Masse-Energieverhältnisses den mit dem obigen praktisch übereinstimmenden Wert:

$$1 \text{ M. E.} = 0,921 \cdot 10^9 \text{ e-Volt} \pm 0,9\%.$$

Der sich aus diesen Werten ergebende Wert der Lichtgeschwindigkeit ist:

$$c = 2,98_5 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

Daß dieser Wert etwa 0,4% zu niedrig ist, deutet darauf hin, daß entweder die Energietönungen der Kernprozesse systematisch etwas zu niedrig, oder die Massendublette systematisch etwas zu hoch gemessen sind. Das erstere erscheint wahrscheinlicher, da die Reichweitenbestimmung der Teilchen und die Umrechnung von Reichweite in Energie sehr wohl die Möglichkeit eines einseitigen Fehlers von der geforderten Größenordnung (0,8%) in sich birgt.

Immerhin ist nach den bis heute ausgeführten Massen- und Energiemessungen das Masse-Energieverhältnis empirisch mit einer Fehlergrenze von weniger als 1% festgelegt, und es ist daher sehr wohl berechtigt, den Satz von der Äquivalenz von Masse und Energie als empirisch begründeten Grundsatz der Physik in den Vordergrund zu stellen.

Tübingen, den 22. Juni 1937.

(Mitteilung aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Physik Berlin-Dahlem.)

## Über eine quantitative Beziehung zwischen den magnetischen Momenten der Atomkerne.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von H. Schüler in Berlin-Dahlem.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 5. Juli 1937.)

Es wird für die schweren Atomkerne mit ungeradem Proton gezeigt, daß sich die zu jedem mechanischen Moment  $i$  gehörenden größten und kleinsten magnetischen Momente  $\mu$  des Gesamtkerns in guter Übereinstimmung mit der Beobachtung

darstellen lassen durch die Beziehung:  $\frac{\mu_{\text{Rumpf}}}{\mu} = \text{const} = 0,38$ , wo  $\mu_{\text{Rumpf}} = |\mu_P - \mu|$ ,  $\mu_P$  das magnetische Moment des ungeraden Protons  $\mu_P = \mu_{P_l} \pm \mu_{P_s}$  und  $i = P_l$  (Umlauf)  $\pm P_s$  (Spin) ist.

In Fig. 1 sind die magnetischen Momente ( $\mu$ ) von schweren Atomkernen mit ungerader Protonen- und gerader Neutronenzahl in Abhängigkeit

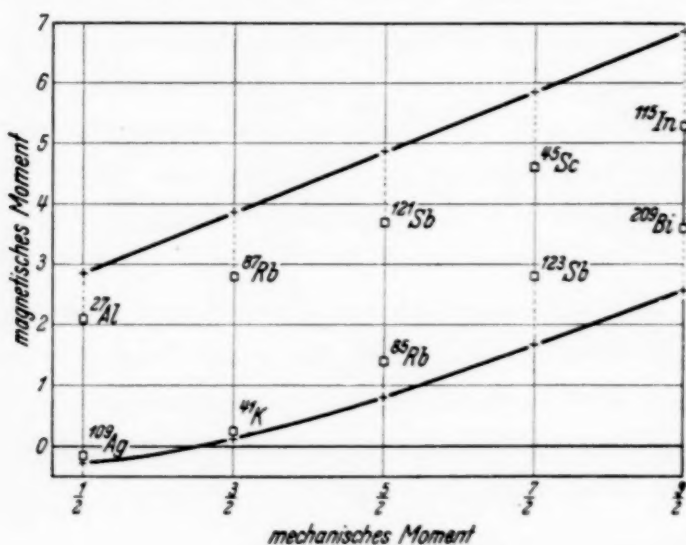


Fig. 1.

von den mechanischen Momenten ( $i$ ) dargestellt; und zwar sind für jedes mechanische Moment ( $i$ ) nur die Atomkerne, die das größte bzw. das kleinste magnetische Moment besitzen, aufgetragen. Man sieht, daß diese Maximal- und Minimalwerte auf zwei Kurvenzügen von ziemlicher Regelmäßigkeit liegen. Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß diese Werte durch eine einfache Beziehung miteinander verknüpft sind. Zu diesem Zweck sind in Fig. 1 (als Kreuze gezeichnet) diejenigen  $\mu$ -Werte eingetragen, die sich ergeben, wenn man sich das mechanische Moment  $i$  des Kerns nur aus Umlauf plus Spin ( $l_1 + s$ ) bzw. aus Umlauf minus Spin ( $l_2 - s$ ) des ungeraden Protons zusammengesetzt denkt, z. B.  $i = 5/2 = 2 + 1/2$  bzw.  $3 - 1/2$ . Dabei ist vorausgesetzt, daß das magnetische Moment des Protonenumlaufes

von den mechanischen Momenten ( $i$ ) dargestellt; und zwar sind für jedes mechanische Moment ( $i$ ) nur die Atomkerne, die das größte bzw. das kleinste magnetische Moment besitzen, aufgetragen. Man sieht, daß diese Maximal- und Minimalwerte auf zwei Kurvenzügen von ziemlicher Regelmäßigkeit liegen. Im folgenden soll nun



$\mu_{P_l} = 1$  und das magnetische Moment des Protonenspins  $\mu_{P_s} = 2,85$  Kernmagnetonen sind. Es ergeben sich für  $\mu_P$  folgende Werte:

Tabelle 1.

$i:$	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$7/2$	$9/2$
$\mu_P = \mu_{P_l} + \mu_{P_s}$	2,85	3,85	4,85	5,85	6,85
$\mu_P = \mu_{P_l} - \mu_{P_s}$	-0,28	+0,09	0,83	1,67	2,58

Wenn man nun die Vorstellung, die in früheren Arbeiten des Verfassers bereits wiederholt ausgesprochen worden ist, zugrunde legt, daß nämlich das magnetische Moment des Atomkerns ( $\mu$ ) dargestellt werden kann als Summe des magnetischen Moments des ungeraden Protons ( $\mu_P = \mu_{P_l} \pm \mu_{P_s}$ ) und des magnetischen Momentes des Atomrumpfes ( $\mu_R$ ), dann ist  $|\mu_R| = |\mu_P - \mu|$ . In der Fig. 1 sind die hierdurch definierten  $\mu_R$  durch die punktierten Abstände dargestellt. Und zwar gehören zu den Maximalwerten von  $\mu$  die Werte von  $\mu_P$ , die der Zusammensetzung  $\mu_{P_l} + \mu_{P_s}$  entsprechen, während den Minimalwerten von  $\mu$  immer Werte von  $\mu_P$  mit der Zusammensetzung  $\mu_{P_l} - \mu_{P_s}$  zugeordnet sind. Es wird nun behauptet, daß das Verhältnis  $\frac{|\mu_R|}{|\mu|}$  für alle hier eingezeichneten Atomkerne, die nach Voraussetzung Maximal- und Minimalwerten der magnetischen Momente aller Atomkerne mit ungeradem Proton entsprechen, eine Konstante ist. Es muß also z. B. für  $^{121}\text{Sb}$  ( $i = 5/2$ ) und  $^{123}\text{Sb}$  ( $i = 7/2$ ) folgende Beziehung gelten (vgl. Fig. 1):

$$\frac{|\mu_{P_{2+1/2}} - \mu_{^{121}\text{Sb}}|}{|\mu_{^{121}\text{Sb}}|} = \frac{|\mu_{P_{4-1/2}} - \mu_{^{123}\text{Sb}}|}{|\mu_{^{123}\text{Sb}}|} = C,$$

oder mit den aus Tabelle 1 entnommenen Werten für  $\mu_P$ :

$$\frac{|4,85 - \mu_{^{121}\text{Sb}}|}{|\mu_{^{121}\text{Sb}}|} = \frac{|1,67 - \mu_{^{123}\text{Sb}}|}{|\mu_{^{123}\text{Sb}}|} = C.$$

Nimmt man nun für das Verhältnis  $\frac{\mu_{^{121}\text{Sb}}}{\mu_{^{123}\text{Sb}}}$  den direkt aus dem Experiment erhaltenen recht genauen Wert 1,32, dann ergibt sich für die Konstante  $C = 0,38$ . Man kann nun mit dieser Konstanten alle in Fig. 1 betrachteten magnetischen Momente der Atomkerne nach der obigen Beziehung  $\frac{|\mu_P - \mu_x|}{|\mu_x|} = C$  berechnen. Eine Rechnung der gleichen Art läßt sich auch

für das ebenso genau bekannte Verhältnis  $\frac{\mu_{^{87}\text{Rb}}}{\mu_{^{85}\text{Rb}}} = 2,024$  durchführen.

In Tabelle 2 sind nun alle mit den beiden Verhältnissen errechneten  $\mu$ -Werte zusammengestellt:

Tabelle 2.

	$^{115}\text{In}$	$^{209}\text{Bi}$	$^{45}\text{Se}$	$^{123}\text{Sb}$	$^{121}\text{Sb}$	$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$	$^{41}\text{K}$	$^{27}\text{Al}$	$^{109}\text{Ag}$
aus $\frac{\mu_{^{121}\text{Sb}}}{\mu_{^{123}\text{Sb}}}$	4,98	4,13	4,25	2,67	3,52	1,33	2,80	0,14	2,07	— 0,20
aus $\frac{\mu_{^{87}\text{Rb}}}{\mu_{^{85}\text{Rb}}}$	4,92	4,24	4,20	2,75	3,48	1,37	2,77	0,15	2,05	— 0,20

Man sieht, daß die aus den beiden verschiedenen Verhältnissen errechneten  $\mu$ -Werte aufs beste übereinstimmen.

Es fragt sich nun, wie diese Werte zu den tatsächlich beobachteten liegen. Darauf gibt die Fig. 2 eine Antwort. Hier sind zu den beobachteten

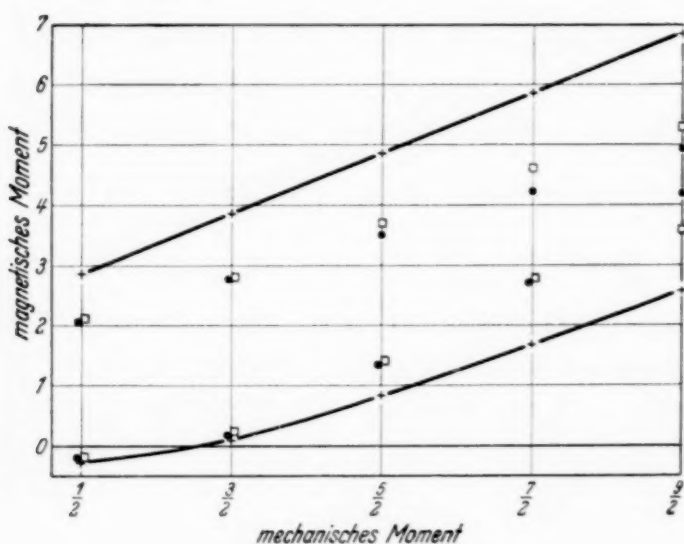


Fig. 2.

$\mu$ -Werten (Quadrate) die errechneten  $\mu$ -Werte (Vollkreise) eingetragen. Der Vergleich zeigt, daß die beobachteten und errechneten  $\mu$ -Werte gut miteinander übereinstimmen. Die Abweichungen liegen für alle Kerne bis auf Bi (16%) unter 8%. Das ist eine bemerkenswerte Genauigkeit im Hinblick auf die Fehlergrenzen, die für die er-

rechneten  $\mu$ -Werte bisher angegeben werden. Und von Bi ist bekannt, daß die aus den verschiedenen Termen errechneten  $\mu$  besonders stark voneinander abweichen.

Was die Richtung von  $\mu_R$  anbetrifft, so sei darauf hingewiesen, daß sie immer entgegengesetzt der Richtung des magnetischen Moments des Protonenspins in bezug auf die Vektorzusammensetzung ( $i = P_l \pm P_s$ ) ist.

Eine eingehendere Darstellung und Diskussion der hier gegebenen Beziehung wird später erfolgen.

Diese Untersuchung wurde mit dankenswerter Unterstützung der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, durchgeführt.

# Absorptionsmessungen an mittelschnellen Kathodenstrahlen und weichen Röntgenstrahlen in Sauerstoff.

Von F.-I. Callisen in Heidelberg.

Mit 17 Abbildungen. — (Eingegangen am 9. Juli 1937.)

Durch die ausgefilterten  $K_\alpha$ -Strahlungen von Eisen, Nickel, Kupfer, Zink und Zinn werden in Sauerstoff Photoelektronen ausgelöst und deren Absorptionskoeffizienten durch Druckvariation gemessen. Dabei ergeben sich gleichzeitig zusammenhängende Werte für die Schwächungskoeffizienten dieser Röntgenstrahlen in Sauerstoff.

## I. Ziel und allgemeines Prinzip der Versuche.

1. *Problemstellung.* Bei der Betrachtung der bisherigen Bestimmungen des Massenabsorptionskoeffizienten für Elektronen<sup>1) 2)</sup> fällt auf, daß in dem ganzen Geschwindigkeitsbereich  $0,1 < \beta < 0,3$  keine experimentellen Untersuchungen vorliegen. Da sich der Absorptionskoeffizient in diesem Bereich um gut zwei Zehnerpotenzen ändert, sollten in diesem, bisher nur interpolierten Bereich, direkte Messungen angestellt werden.

In diesem Gebiet bestehen besondere experimentelle Erschwerungen, durch welche die Wahl des einzuschlagenden Meßverfahrens entscheidend beeinflußt wird. Die Absorptionskoeffizienten sind schon so groß, daß feste Folien weder als Absorber noch als Abschluß des Meßraumes gegen den Erzeugungsraum in Betracht kommen. Die Elektronen müssen in demselben Gas erzeugt werden, in welchem auch ihre Absorption gemessen werden soll. So geschah es auch bisher in dem Bereich  $\beta < 0,1$ , und zwar wurden die Elektronen meist auf photoelektrischem Wege durch ultraviolettes Licht ausgelöst und nachträglich durch ein elektrisches Feld auf die gewünschte Geschwindigkeit gebracht. Die Erzeugung der Elektronenstrahlen geschah also in zwei Schritten. Dieses Verfahren stößt nun wieder auf Schwierigkeiten, wenn man es auf Geschwindigkeiten  $\beta > 0,1$  anwenden will. Man braucht dann nämlich zur Beschleunigung der Elektronen bereits so hohe Spannungen, daß Entladungen durch den Gasraum nicht leicht zu vermeiden sind. Dies war auch der Grund, weshalb Lenard<sup>3)</sup> sowie auch Robinson<sup>4)</sup> ihre Messungen nicht über 2000 Volt Beschleunigungsspannung hinaus fortsetzen konnten. Nun besteht jedoch die Möglichkeit, die Elektronenstrahlen in *einem einzigen Schritt* zu erzeugen, indem man zur photo-

<sup>1)</sup> P. Lenard u. A. Becker, Handb. d. Exper.-Phys. XIV, Kap. V, D—F, 1927. — <sup>2)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXII/2, S. 40ff., 1933. — <sup>3)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil III, C 2. — <sup>4)</sup> I. Robinson, Ann. d. Phys. **31**, 809, 1910.

elektrischen Auslösung nicht ultraviolettes Licht, sondern Licht von so kurzer Wellenlänge benutzt, daß die Elektronen sofort, ohne nachträgliche Beschleunigung, die gewünschte Geschwindigkeit erhalten. Dieses Licht muß im Gebiet der weichen Röntgenstrahlen liegen.

Messungen ähnlicher Art liegen eigentlich schon seit langem vor; sie wurden aber unter so groben Bedingungen ausgeführt, daß auch nicht annähernd verlässliche Werte für die Absorptionskoeffizienten der Elektronen daraus abgeleitet werden können<sup>1)</sup>. Vor allem wurden die Elektronen aus festen Stoffen in dicker Schicht ausgelöst, so daß sie aus verschiedenen Tiefen austreten und ganz uneinheitliche Geschwindigkeitsverluste erleiden mußten.

2. *Meßprinzip.* Bei den vorliegenden Versuchen wurden die Elektronen durch ein enges Bündel monochromatischer Röntgenstrahlen in Sauerstoff ausgelöst, durchsetzten einen planparallelen Absorptionsraum und traten dann durch ein Gitter in den Meßraum ein, wo die Ionisation gemessen wurde. Der gemeinsame Sauerstoffdruck in der ganzen Apparatur wurde variiert.

Dieses Meßprinzip besitzt noch einen großen Vorteil: Bei größeren Drucken nimmt die Elektronenintensität im Meßraum ab wegen der zunehmenden Absorption im vorgeschalteten Absorptionsraum. Gleichzeitig wächst aber die Absorption der Röntgenstrahlen und damit die Anfangsintensität der Elektronen. Auf diese Weise wird die Intensitätsabnahme bei hohen Drucken in exakt kontrollierbarer Weise zum Teil ausgeglichen, so daß man die Absorptionskurven der Elektronen sehr weit verfolgen kann. Dieser Vorteil ist nicht zu unterschätzen, zumal man erst richtige Werte des Absorptionskoeffizienten erhält, wenn die Elektronen eine genügende „Vorschaltstärke“ durchlaufen haben.

Dieses Verfahren erfordert allerdings die Kenntnis der Absorptionskoeffizienten von Röntgenstrahlen des in Frage kommenden Wellenlängengebietes in Sauerstoff. Dank der gewählten Meßanordnung konnten diese aber aus den Messungen selbst abgeleitet werden und stellen so ein weiteres Ergebnis der Untersuchung dar.

Für die Erzeugung monochromatischer Röntgenstrahlen wurde das Differenzfilterverfahren von Ross<sup>2)</sup> dem vorliegenden Zweck angepaßt. Es wurden die  $K_{\alpha}$ -Strahlungen von Eisen, Nickel, Kupfer, Zink und Zinn benutzt.

---

<sup>1)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXII/2, Ziff. 36, 1933. — <sup>2)</sup> P. A. Ross, Journ. Opt. Soc. Amer. 16, 433, 1928; Phys. Rev. 28, 425, 1926.



Als Kammergas wurde Sauerstoff gewählt, weil dieser leicht in der erforderlichen Reinheit herstellbar ist. Luft mußte schon wegen des sehr störenden Argongehaltes ausscheiden.

## II. Versuchsanordnung.

1. Die Meßkammer zeigt Abb. 1. Darin ist in der oberen Hälfte ein vertikaler, in der unteren Hälfte ein horizontaler Längsschnitt wiedergegeben. In Fig. 2 ist ein durch die Kammermitte gelegter Querschnitt gezeichnet. Ein  $2r = 15$  cm weiter, mit Papier ausgekleideter Messingzylinder war durch zwei, in  $a = 1,5$  cm Abstand von der Kammerachse

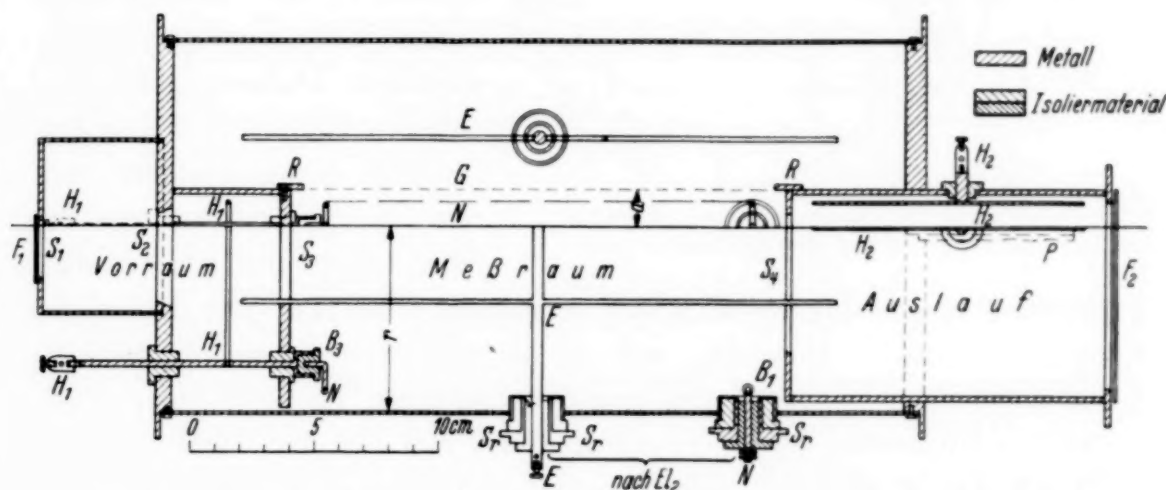


Fig. 1. Vertikaler (oben) und horizontaler (unten) Längsschnitt durch die Hauptkammer.

eingebaute parallele Gitter ( $G$ ) in zwei äußere und einen inneren Raum geteilt, im folgenden kurz als „Außenraum“ bzw. „Innenraum“ bezeichnet. Die Gitter wurden von 0,1 mm starken Nickeldrähten, die parallel zueinander in 1 mm Abstand über einen Messingrahmen ( $R$ ) gespannt waren, gebildet. Der Rahmen bildete zugleich einen „Schutzring“<sup>1)</sup>. Die Gitter waren metallisch mit der Kammer verbunden. Die Kammer lag an Spannung. Jeder Raum enthielt eine nach außen zum Elektrometer durchgeführte Auffangelektrode. Während die Außenraumelektroden ( $E$ ) durch 2 mm starke, H-förmig zusammengesetzte Messingstäbe gebildet wurden, war die Innenraumelektrode als Netz ( $N$ ) aus 0,1 mm Nickeldraht, bei 10 mm Maschenweite, ausgeführt. Sie war an ihren vier Ecken durch buchsenartige Anordnungen ( $B_1 - B_4$ ) herausnehmbar in Bernsteinisolatoren gelagert. Von der einen Lagerungsstelle ( $B_1$ ) ging dabei die Durchführung nach außen ab (Fig. 2). Durch einen Umschalter konnten wahlweise die

<sup>1)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil IV, A 2.

beiden Außenraumelektroden ( $E$ ) oder die Innenraumelektrode ( $N$ ) mit einem Lutz-Edelmann-Elektrometer<sup>1)</sup> ( $El_2$ ) verbunden und ihre Aufladegeschwindigkeit gemessen werden. Sämtliche Bernsteinisolatoren waren von geerdeten Schutzringen ( $Sr$ ) umgeben.

Das bandförmige Röntgenbündel trat durch ein dünnes Cellophanfenster ( $F_1$ ) parallel zu den Gittern ( $G$ ) in die Kammer ein. Zunächst durch-

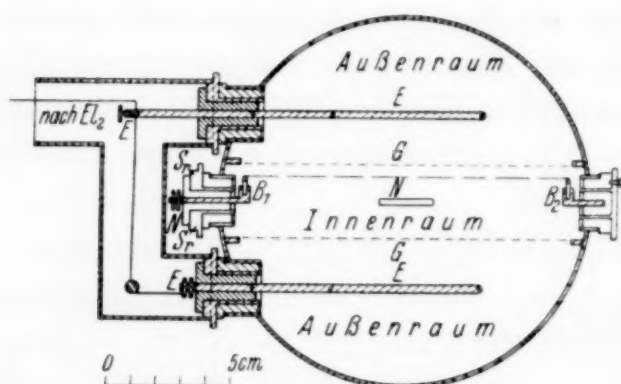


Fig. 2. Querschnitt durch die Mitte der Hauptkammer.

lief es einen „Vorraum“, der so mit zwei Spalten ( $S_2, S_3$ ) versehen war, daß sie nahe an das Röntgenbündel heranreichten, von diesem aber nicht mehr berührt werden konnten. Dadurch sollte vermieden werden, daß von der an den Blendenrändern und am Eingangsfenster entstehenden Streu- und Fluoreszenz-

strahlung ein merklicher Bruchteil mitgemessen wurde. Der Eingangsspalt ( $S_1$ ) war so bemessen, daß das Röntgenbündel beim Eintritt in den eigentlichen Meßraum, den Kammerinnenraum,  $1,85 \times 18,5 \text{ mm}^2$  maß. Geerdete Hilfselektroden ( $H_1$ ) sorgten dafür, daß aus dem Vorraum keine Ionen in den Meßraum gelangen konnten. Die gleichen Vorsichtsmaßregeln waren auch am Kammerausgang vorgesehen. Durch eine Fläche von  $2,55 \times 25,5 \text{ mm}^2$  passierte das Röntgenbündel den Spalt  $S_4$  am Ende der Meßstrecke und gelangte in den „Auslaufrum“, wo es dann vollständig, zuletzt in dem den Raum abschließenden Glasfenster ( $F_2$ ) absorbiert wurde. Eine Hilfselektrode ( $H_2$ ) sorgte auch hier für die Ableitung der Ionen zur Erde.

Fig. 3 gibt den Gesamtaufbau der Versuchsanordnung wieder. Um von etwaigen Schwankungen der Röntgenintensität ganz unabhängig zu sein, war in 16 cm Entfernung vom Brennfleck vor die eigentliche Meßkammer noch eine  $24 \times 7 \text{ cm}$  messende zylindrische Vorkammer als Bezugskammer geschaltet. Gleichzeitig sollte diese, als Blendenrohr ausgebildet, auch vagabundierende Strahlung abfangen. Sie war mit getrockneter atmosphärischer Luft von 49 mm Hg gefüllt und durch zwei dünne Cellophanfenster ( $F_3, F_4$ ) nach außen abgeschlossen. Die Innenelektrode der Vorkammer war zu einem zweiten Elektrometer ( $El_1$ ) geführt. Dieses war ein einfaches Einfadenelektrometer, dessen Empfindlichkeit noch durch

<sup>1)</sup> C. W. Lutz, Phys. ZS. **24**, 166, 460, 1923.

einen hochisolierten Parallelkondensator von  $0,01 \mu\text{F}$  stark herabgesetzt war. Vor und hinter der „Vorkammer“ befand sich je eine Bleiklappe ( $Pb$ ), um den Röntgenstrahl zur Nulleffektsbestimmung unterbrechen zu können. Die Vorkammer wurde einfach auf die Hauptkammer aufgeschoben, lag also auf dem gleichen Potential wie diese.

Der reine Sauerstoff für die Kammer wurde auf elektrolytischem Wege durch Zersetzung von Natronlauge an Nickelelektroden gewonnen. Um

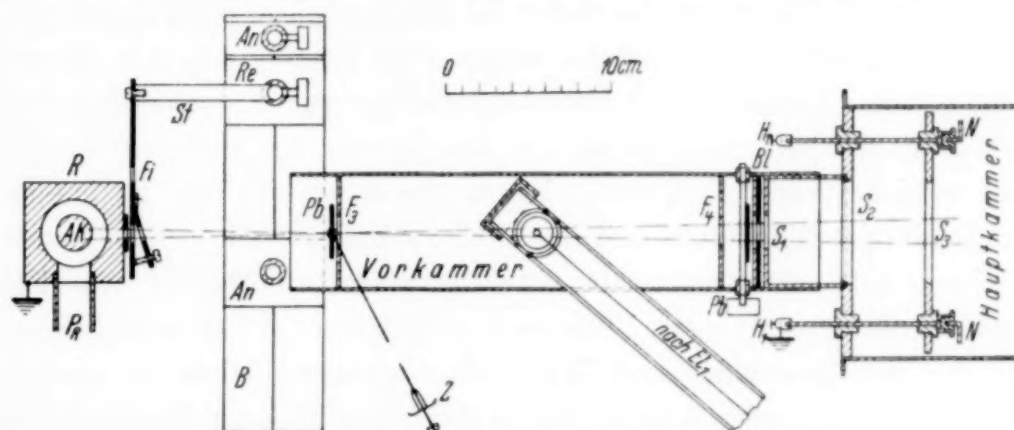


Fig. 3. Gesamtaufbau der Meßanordnung.

Verunreinigungen durch überdiffundierenden Wasserstoff zu vermeiden, war in bekannter Weise zwischen Anode und Kathode noch eine Hilfselektrode angebracht<sup>1)</sup>. Von dem Erzeugungsgefäß wurde der Sauerstoff über Chlorcalcium und Phosphorpentoxyd der Kammer zugeführt. Der Druck wurde an einem Quecksilbermanometer, soweit nötig mit einem Präzisionskathetometer, abgelesen. Das Auspumpen geschah mit einer rotierenden Ölpumpe.

2. Als *Strahlenquelle* wurde für die endgültigen Messungen eine zerlegbare Seemann-Röntgenröhre benutzt ( $R$ , Fig. 3). Die Hochspannung wurde über ein Leyboldsches „Protongerät“ oder über eine Siemenssche Stabilivoltanlage aus dem Netz entnommen. Das Protongerät liefert eine Gleichspannung von 25 kV bei einer Dauerbelastung mit 30 mA. Es wurde daher zur Anregung aller Strahlungen außer der Zinnstrahlung benutzt. Da die Spannung des Protongerätes nur in geringen Grenzen veränderlich ist, mußten die niedrigeren Betriebsspannungen durch Spannungsabfall an einem Vorschaltwiderstand gewonnen werden. Ein frei aufgehängter Kordelwiderstand der Firma C. J. Vogel von 500000 Ohm/m hat sich an dieser Stelle sehr bewährt. Die Hochspannung wurde dauernd an einem parallel zur Röntgenröhre liegenden statischen Hochspannungsvoltmeter,

<sup>1)</sup> G. Wiese, Phys. ZS. **24**, 12, 1923.

System Starke-Schröder, kontrolliert. Die Intensitätsschwankungen der Röntgenstrahlung ließen sich in den Grenzen von  $\pm 1\%$  halten. Der Röhrenstrom betrug meist 12 mA; bei Zinn, welches keine hohe Belastung verträgt, nur etwa die Hälfte.

Um die Röntgenstrahlen ins Freie treten zu lassen, war in den Röhrenkörper ein horizontaler Spalt von  $1 \times 6$  mm eingeschnitten, der durch ein dünnes Glimmerfenster verschlossen war. Zwischen Vorkammer und Röntgenröhre (*R*, Fig. 3) war der Halter für die beiden Filter (*F*<sub>1</sub>) angebracht. In ein Messingblech waren nebeneinander zwei Fenster von  $5 \times 15$  mm<sup>2</sup> eingeschnitten. Durch eine Schlitteneinrichtung mit Anschlägen konnte jeweils eines dieser Fenster genau vor das Fenster der Röntgenröhre gebracht werden. Hinter dem ersten Fenster im Blech war eine Klappe angebracht, die durch Schraube und Gegenfeder schräg gestellt werden konnte. Die Klappe hatte ihrerseits wieder ein Fenster von  $5 \times 20$  mm<sup>2</sup>. Auf diese Klappe wurde dann das eine Filterblech aufgekittet, so daß seine Neigung gegen das Röntgenbündel und damit seine wirksame Dicke in gewissen Grenzen geändert werden konnte. Das andere Filterblech wurde unmittelbar auf dem anderen Fenster befestigt, stand also stets senkrecht zum Röntgenstrahl.

3. Die Monochromatisierung der Röntgenstrahlen sollte nach dem Differenzfilterverfahren von Ross erreicht werden. Wie Herzog mit spektral zerlegter Strahlung experimentell nachweisen konnte<sup>1)</sup>, läßt sich so ein sehr schmales Spektralband rein ausfiltern, das im Falle der Kupfer-K-Strahlung nur eine effektive Breite von 0,06 Å hat.

Das Prinzip dieses Verfahrens ist folgendes: Es müssen zwei einheitliche Filtersubstanzen gefunden werden, derart, daß die auszusondernde charakteristische Röntgenlinie des Antikathodenmaterials möglichst eng von den Absorptionskanten der Filter eingeschlossen wird. Während Filter 1 die gewünschte Linie gerade noch durchläßt, läßt Filter 2 schon nur noch einen geringen Bruchteil dieser Linie passieren. Der Untergrund der Linie, also der kontinuierliche Spektralbereich zu beiden Seiten der Linie, soll dagegen von beiden Filtern gleich stark durchgelassen werden. Bei der Messung geht man dann so vor, daß zunächst Filter 1 in den Strahlengang gebracht wird und gleich anschließend Filter 2. Die Differenz der beiden Messungen gibt dann den Effekt, welcher durch die monochromatische Linie (und einen verschwindend kleinen Anteil des Untergrundes in unmittelbarer Nähe dieser Linie) hervorgerufen wird. Damit der Relativwert dieser Differenz nicht zu klein wird,

<sup>1)</sup> G. Herzog, Helv. Phys. Acta 6, 508, 1934.



wählt man als gemeinsame Röhrenspannung zweckmäßig etwa das doppelte der Anregungsspannung für die auszufilternde Linie.

Die *Abgleichung* der beiden Filter geschah nun nach folgenden Gesichtspunkten: Frühere Autoren glichen die Filter mit spektral zerlegter Strahlung für bestimmte Wellenlängen ab. Hier wurde ein wesentlich einfacheres Verfahren eingeschlagen. Nach bekannten Angaben<sup>1)</sup> sowie neueren Untersuchungen von Grosskurth<sup>2)</sup> und Küstner<sup>3)</sup> ist der Massenabsorptionskoeffizient für Röntgenstrahlen

$$\frac{\tau}{\rho} = A \lambda^n, \quad \lambda_L > \lambda > \lambda_K,$$

$$\frac{\tau}{\rho} = A \delta_K \lambda^m, \quad \lambda < \lambda_K,$$

worin nach Jönsson<sup>4)</sup> angenähert:

$$\delta_K = \frac{\lambda_{L_1}}{\lambda_K}.$$

Für benachbarte Elemente können die Exponenten  $m, n$  und der  $K$ -Absorptionssprung  $\delta_K$  als gleich angesehen werden. Der Streukoeffizient kann in diesem Wellenlängengebiet gegenüber dem Absorptionskoeffizienten vernachlässigt werden. Damit ist aber gesagt, daß zwei Filter, die für eine Wellenlänge abgeglichen sind, auch alle anderen Wellen, außer zwischen ihren Absorptionskanten, gleich stark absorbieren. Daß dieser Schluß zu Recht besteht, ist von Herzog für Kupferstrahlung experimentell bestätigt worden. Zum Abgleichen der Filter genügt es also, irgendeinen Spektralbereich, der vollständig außerhalb der Absorptionskanten der beiden Filter liegt, heranzuziehen. Es wurde deshalb beim Abgleichen die Röntgenröhre mit einer so niedrigen Spannung betrieben, daß die kürzeste angeregte Wellenlänge noch auf der langwelligen Seite des Filters 2 lag. Durch Walzen zwischen Stahlblechen wurden die Filter nun so lange aufeinander abgeglichen, bis beide nahezu den gleichen Bruchteil der auffallenden Strahlung durchließen. Die letzte Abgleichung der Filter auf weniger als 1% Abweichung wurde durch Schrägstellen eines Filters erreicht (vgl. Ziff. 2). Die durchgelassene Strahlung wurde in der Vorkammer gemessen. Kontrollversuche mit noch niedrigerer Röhrenspannung ergaben stets wieder für beide Filter die gleichen Absorptionswerte, während eine geringe

<sup>1)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXIII/2, Abschn. II, S. 5, 1933. —

<sup>2)</sup> K. Grosskurth, Ann. d. Phys. **20**, 197, 1934. — <sup>3)</sup> H. Küstner u. K. Grosskurth, Strahlentherapie **52**, 115, 1935. — <sup>4)</sup> E. Jönsson, Diss. Upsala 1928.

Steigerung der Röhrenspannung über die  $K$ -Anregungsspannung des Filters 2 einen merklichen Unterschied der durchgelassenen Intensitäten gab.

Tabelle 1 gibt Auskunft über die angewandten Strahlungen und die zugehörigen Filter. Spalte 1 nennt die ausgefilterte charakteristische Antikathodenstrahlung, darunter die nach Intensitäten gemittelte Wellenlänge des  $K_{\alpha\alpha'}$ -Doublets und die zu dieser Wellenlänge gehörige Spannung in kV. Spalte 2 gibt die Röhrenspannung in kV an, die während der ganzen Messung mit der betreffenden Strahlung eingehalten wurde. In Spalte 3 und 4 sind schließlich die für die jeweilige Strahlung benötigten Filtersubstanzen, ihre Dicken in g/cm<sup>2</sup> und die Lage ihrer  $K$ -Absorptionsbandkanten aufgeführt.

Tabelle 1. Benutzte Röntgenstrahlen und Filter.

1 Strahlung	2 Röhrenspannung	3 1. Filter	4 2. Filter
Fe $K_{\alpha}$ 1,935 Å 6,377 kV	12 kV	Mn 0,027 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,88$ Å	Cr 0,032 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 2,06$ Å
Ni $K_{\alpha}$ 1,656 Å 7,453 kV	15 kV	Co 0,0386 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,604$ Å	Fe 0,0425 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,750$ Å
Cu $K_{\alpha}$ 1,539 Å 8,023 kV	13 kV	Ni 0,0225 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,485$ Å	Co 0,0262 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,604$ Å
Zn $K_{\alpha}$ 1,435 Å 8,600 kV	17 kV	Cu 0,052 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,378$ Å	Ni 0,0554 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 1,485$ Å
Sn $K_{\alpha}$ 0,4925 Å 24,57 kV	49 kV	Ag 0,175 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 0,485$ Å	Pd 0,189 g/cm <sup>2</sup> $\lambda_K = 0,508$ Å

4. Über die *Herstellung der Filter* seien einige nähere Angaben gemacht, die vielleicht manchem ein längeres Herumprobieren ersparen mögen. Von Kupfer, Eisen, Silber und Palladium wurden fertig vorhandene Bleche benutzt. Elektrolytisches Nickelblech wurde mir freundlicherweise von Herrn Dr. Seemann, Freiburg, zur Verfügung gestellt. Chrom, Mangan und Kobalt mußten erst elektrolytisch hergestellt werden. Hierfür wurden nur chemisch reine (p. a.) Salze benutzt, wobei beim Kobaltsalz auf Nickelfreiheit noch besonders geachtet wurde.

In einer rechteckigen Glaswanne von  $9 \times 15 \times 15 \text{ cm}^3$ , die auf einer Heizplatte stand, befand sich etwa 1 Liter des betreffenden Elektrolyten<sup>1) 2) 3)</sup>. Eine Platinanode von  $12 \text{ cm}^2$  diente zur Zuführung des Stromes, während das Metall auf einer flächengleichen Aluminiumkathode niedergeschlagen wurde. In der Mitte der Wanne war ein Glasrührer angeordnet. Um auch das Ansetzen von Gasbläschen an der Kathode möglichst zu unterdrücken, wurde die Kathode über einen Exzenter und ein Gestänge in pendelnde Bewegung gesetzt, derart, daß sie jedes Mal an die Glaswand der Wanne anstieß, so daß sich die Bläschen wieder ablösten. Kobalt<sup>4)</sup> und Chromfolien wurden nach bekannten Vorschriften hergestellt, nur wurde die Stromdichte etwas höher gewählt, damit die Folien sich leicht von der Unterlage ablösten. Die mittleren Teile der vorderseitig niedergeschlagenen Folien erwiesen sich mikrometrisch und röntgenphotographisch als völlig homogen. Sehr viel schwieriger gestaltete sich die Herstellung der Manganfilter, weshalb hierfür von anderen Autoren auch meist irgendwelche Umwege eingeschlagen wurden. Die Schwierigkeit liegt darin, daß sich bei elektrolytischer Abscheidung aus  $\text{Mn}^{++}$  das  $\text{Mn}^{+++}$  bildet, das zu Braunstein oxydiert wird. Diese Ausscheidung von Braunstein trat auch im Anfang regelmäßig auf. Eine Aufteilung des Bades durch ein Tondiaphragma in Anolyt und Katolyt, wobei die verschiedensten Zusammensetzungen der Bäder ausprobiert wurden, brachte nicht den gewünschten Erfolg. Die besten Resultate wurden dann mit einem Bad erhalten, das  $7 \text{ n MnCl}_2 + 1,5 \text{ n NH}_4\text{Cl} + 0,1 \text{ n HCl}$  war, bei  $35^\circ$  Badtemperatur,  $25 \text{ A/dm}^2$  Stromdichte und 9 bis 10 Volt. Auf genaueste Innehaltung dieser Werte und auf sehr gründliches Rühren mußte besonders geachtet werden. Im Gegensatz zu früher durfte die Kathode bei dieser Elektrolyse nicht bewegt werden. Außerdem muß aber auch noch auf die Azidität des Bades geachtet werden. Durch tropfenweisen Zusatz von konzentriertem Ammoniak wurde die bei der Elektrolyse entstehende Salzsäure immer wieder soweit neutralisiert, daß das Bad blaues Lackmuspapier — in Ermangelung eines passend abgestimmten Indikators — gerade noch rötete. Unter diesen Bedingungen erhielt man einen kristallinen Niederschlag von metallischem Mangan. Unter dem Mikroskop ließen sich jedoch deutlich kleinste Löcher erkennen, so daß die Folien zunächst noch nicht zu gebrauchen waren. Es gelang jedoch, die Manganbleche zwischen Stahlband zu walzen, was allerdings

<sup>1)</sup> Encyclopädie d. techn. Chemie V, S. 641, 1917. — <sup>2)</sup> Handb. d. Exper.-Phys., E. v. Angerer, I, S. 462, 1926. — <sup>3)</sup> Handb. d. techn. Elektrochemie I. — <sup>4)</sup> Kobalt-Ammonsulfat von Dr. Fraenkel & Dr. Landau, Berlin; Chrombad von Langbein-Pfanhauser-Werke (in tr. Form).

möglichst in einem Arbeitsgang geschehen mußte. Die restliche Spannung in der Manganfolie durch Glühen zu beseitigen, mißlang hier vollständig, da die Folie dadurch zu spröde wurde. Die anfangs vorhandenen Inhomogenitäten wurden durch das Walzen völlig ausgeglichen, so daß man jetzt ein sauberes, metallisches Manganfilter hatte. Nach etwa zwei Monaten rekristallisiert es jedoch wieder und zerfällt dann bei der leisesten Berührung. Die Ausbeute an Mangan ist etwa 50%. Trotz des hohen Mangan Gehaltes des Bades erschöpft es sich jedoch schnell und gibt dann nur noch dunkle Oxydniederschläge.

### III. Verlauf der Messungen.

1. *Hilfsmessungen.* Es war sehr wichtig sich zu überzeugen, daß die beobachteten Sekundärwirkungen der Röntgenstrahlen ausschließlich vom Gas und nicht von festen Apparateteilen ausgingen, weil anderenfalls die Ergebnisse stark gefälscht sein konnten. Zum Einbau der Hauptkammer wurde zunächst die Lage des Röntgenbündels im Raum photographisch festgestellt und markiert. Nun wurde die Kammerachse mit der Röntgenstrahlachse in ungefähre Übereinstimmung gebracht. Durch vorsichtiges Verschieben der Kammerrückwand konnte dann erreicht werden, daß der Brennfleck der Röntgenröhre genau in der Mitte aller Spalten erschien. Die Hauptkammer war dazu so aufgebaut, daß sie um alle drei Achsen geschwenkt werden konnte. Um auch direkt zu prüfen, ob das Röntgenbündel völlig frei durch die Kammer lief, wurde die Kammerrückwand gehoben und gesenkt, wobei die vorderste Blende ( $S_1$ , Fig. 1) festgehalten war. Aus der Konstanz der gemessenen Ionisation ergab sich, daß man bei der Justierung der Hauptkammer einen Spielraum von etwa  $\pm 3$  mm hatte. Eine weitere Prüfung auf zusätzliche Streustrahlung ergab sich dadurch, daß der Kammereingangsspalt stückweise in beiden Richtungen abgeblendet wurde. Es zeigte sich, daß alle Teile der Spaltfläche genau gleich viel zur gemessenen Ionisation im Außenraum beitrugen. Insbesondere lieferten die Randpartien keinen höheren Beitrag, wie es hätte der Fall sein müssen, wenn das Röntgenbündel irgendwo streifte. Um zu verhindern, daß Ionen aus dem Außenraum in den Innenraum übertraten, oder umgekehrt, genügte es, die jeweils nicht benutzte Elektrode an Erde zu legen, wie besondere Versuche zeigten. Eine weitere Frage war die Höhe der Kammer Spannung, die für die Hauptkammer wie für die Vorkammer gleichermaßen passen mußte. Durch Aufnahme von Sättigungskurven mit intensiver Kupfer- $K_\alpha$ -Strahlung wurde festgestellt,



daß + oder - 250 Volt Kammerspannung für alle benötigten Drucke ausreichen, um in der Vorkammer und in den Räumen der Hauptkammer Sättigungsstrom zu erzielen, ohne andererseits Stoßionisation herbeizuführen. Die Ionisationsdruckkurven wurden stets bei abnehmendem Druck aufgenommen, weil es sich zeigte, daß einströmendes Gas leicht einige schwere Ionen mit sich führte, welche in der ersten halben Minute etwas zu hohe Werte verursachten. Nachdem die mit Kupferstrahlung durchgeführten Vorversuche die günstigsten Bedingungen ergeben hatten, wurden bei den anderen Strahlungen nur jeweils kurze Stichproben gemacht, die jedoch in keinem Falle eine Abweichung von den erwarteten Ergebnissen zeigten. Schließlich wurde auch noch festgestellt, daß die Querabmessungen des Röntgenbündels genügend klein gegen die Abmessungen der Kammer waren, denn bei weiterer Einengung des Röntgenbündels änderte sich nur die Intensität, nicht aber der Verlauf der Druckionisationskurven. Durch möglichst erschütterungsfreien und stabilen Aufbau der ganzen Anordnung konnte strenge Reproduzierbarkeit aller gemessenen Werte über Zeiträume von Tagen erreicht werden.

2. Hauptmessungen. Der Verlauf einer Messung sei an einem Beispiel erläutert: In der Tabelle 2 ist ein Auszug aus einer mit Nickelstrahlung im Außenraum gewonnenen Meßreihe mit der Auswertung wiedergegeben. Nach diesem Schema wurde der ganze Druckbereich durchgemessen. In Spalte 1 ist der Druck in der Kammer in mm Hg aufgeführt. In Spalte 2 sind die Filter angegeben. Die dritte Spalte nennt die Anzahl der Skalenteile des Vorkammerelektrometers ( $El_1$ ),

Tabelle 2. Auszug aus einem Meßprotokoll (Nickelstrahlung, Außenraum).

1 Druck mm Hg	2 Filter	3 Skal. $l$	4 sec	5 Skal./min $l$	6 Skal. $r$	7 Volt $r$	8 $I_{Co} =$ Volt $r$ /Skal. $l$	9 $I_{Fe} = 0,108$ · Volt $r$ /Skal. $l$	10 $I = I_{Co} - I_{Fe}$	11 $I_E = I/I_R$
544,0	Co	53,0	54,8	59,0	29,0	0,324	0,0610	0,0072	0,0539	1,26
	Fe	53,0	499,0	6,37	35,4	0,352	0,0604		0,0532	1,25
	Co	53,0	53,2	59,8	29,2	0,320	0,0517		0,0452	1,14
493,5	Co	53,0	54,4	58,5	24,6	0,274	0,0524	0,0065	0,0459	1,15
	Fe	53,0	494,8	6,43	30,2	0,320				
	Co	53,0	51,8	61,3	25,1	0,278				

welche in der Zeit  $t$  Sekunden, Spalte 4, durchlaufen wurden. Daraus errechnet sich die durch  $\text{Skt./min.}$  bezeichnete Spalte 5. Sie gibt einen Maßstab für die Konstanz der Röntgenintensität. Vor allem aber wurde aus den Mittelwerten dieser Zahlen — über die ganze Meßreihe genommen — das Verhältnis der durch beide Filter hindurchgelassenen Röntgenintensitäten bestimmt. Im vorliegenden Falle ergibt es sich zu 0,108.

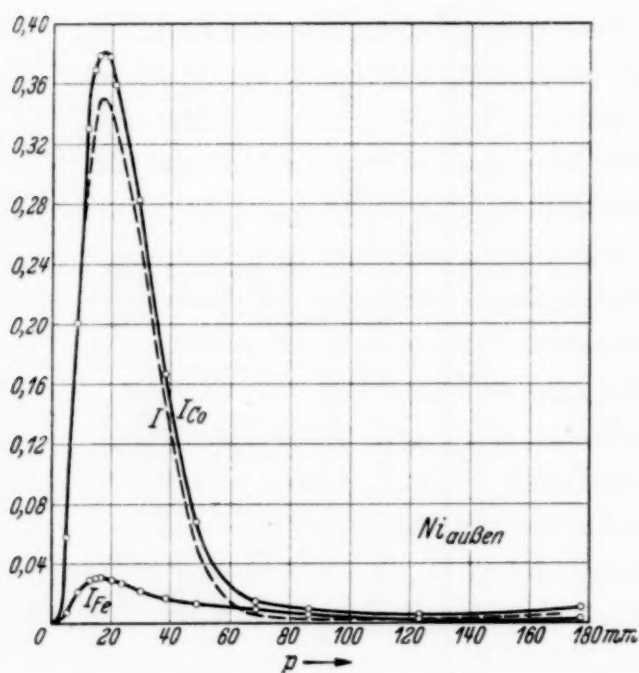


Fig. 4. Beispiel von Außenraumkurven, mit Filtern gemessen, sowie für homogene Nickelstrahlung.

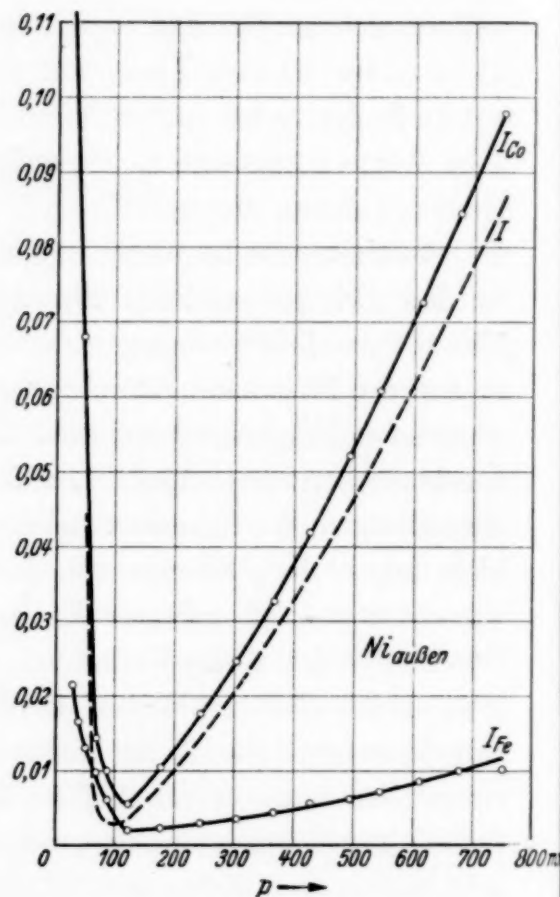


Fig. 5. Beispiel von Außenraumkurven, mit Filtern gemessen, sowie für homogene Nickelstrahlung.

Diese Zahl sollte dazu dienen, die mit beiden Filtern erhaltenen Kurven möglichst genau aufeinander zu beziehen. Die Spalte 6 gibt die Skalenteile an, über die in der gleichen Zeit der Faden des Hauptelektrometers ( $El_2$ ) gewandert ist. In der siebenten Spalte sind dann an Hand der Eichkurve die Spannungswerte eingetragen, denen dieser Fadenausschlag entspricht. Die Nulleffekte waren in beiden Elektrometern so klein, daß sie nicht berücksichtigt zu werden brauchten.

Jetzt ergeben sich vergleichbare Werte für die Ionisation im Außenraum auf folgende Weise: Für das Kobaltfilter hat man einfach Spalte 7

durch Spalte 3 zu dividieren und erhält Spalte 8 ( $I_{Co}$ ). Für das Eisenfilter verfährt man ebenso, muß jedoch jetzt noch mit 0,108 multiplizieren, weil

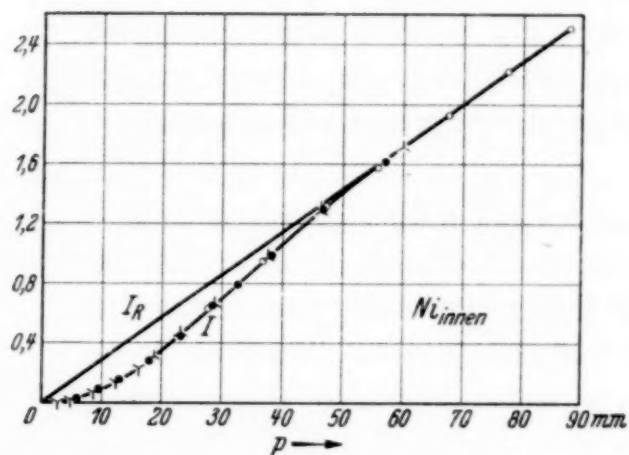


Fig. 6. Beispiel für Innenraumkurven für homogene Nickelstrahlung. Drei unabhängige Meßreihen.

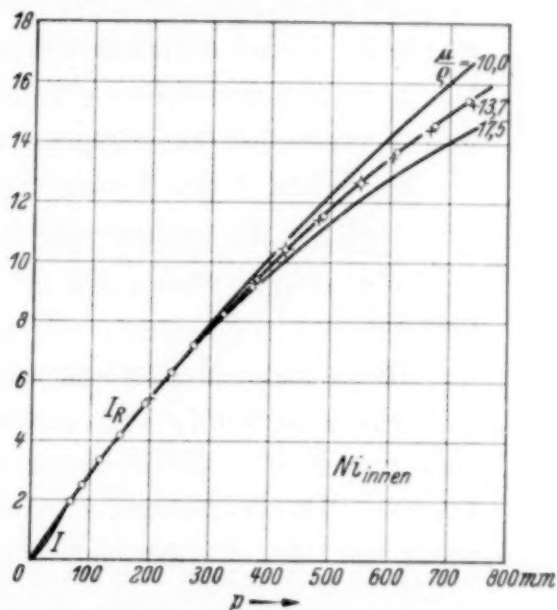


Fig. 7. Beispiel für Innenraumkurve für homogene Nickelstrahlung (mittlere Kurve) sowie Ermittlung des Röntgenschwächungskoeffizienten.

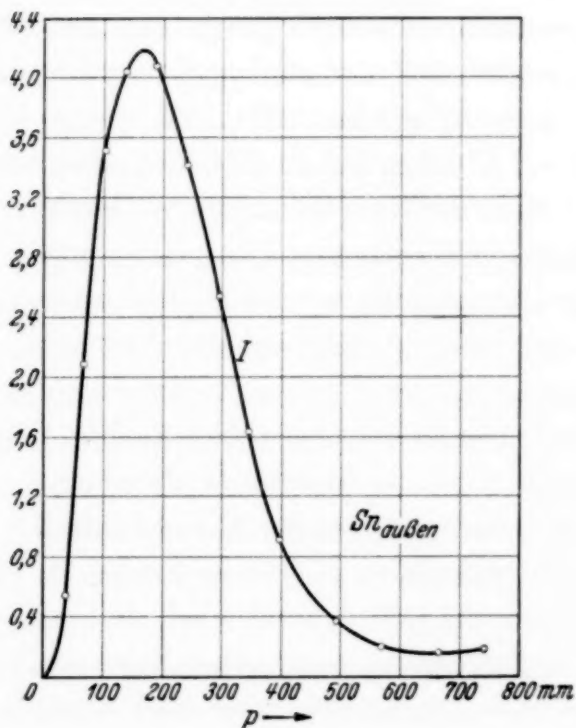


Fig. 8. Außenraumkurve für homogene Zinnstrahlung.

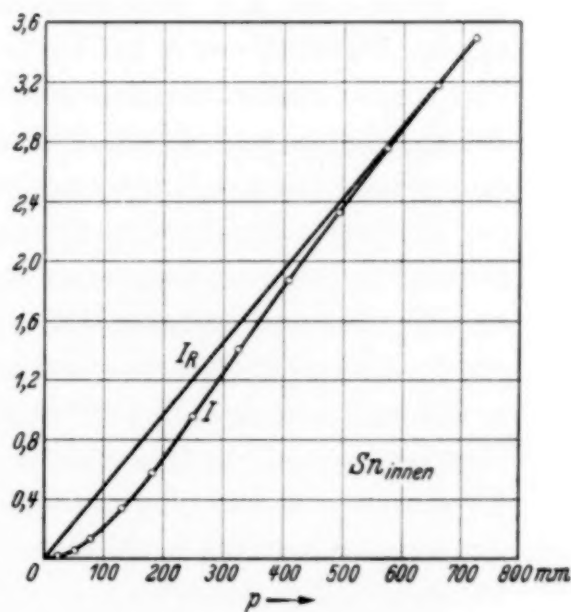


Fig. 9. Innenraumkurve für homogene Zinnstrahlung.

um diesen Faktor die ursprüngliche Röntgenintensität in der Vor-  
kammer zu klein gemessen wurde, im Vergleich zum Kobaltfilter. Dies

ergibt  $I_{Fe}$  in Spalte 9. In den Fig. 4 und 5 sind die Spalten 8 und 9 für den ganzen Druckbereich graphisch aufgetragen. Die Differenz der Spalte 8 gegen Spalte 9 (Spalte 10) stellt jetzt die Ionisation ( $I$ ) dar, welche durch die Nickel- $K_{\alpha}$ -Strahlung allein im Außenraum hervorgerufen wird. Der so endlich gewonnene vollständige Druckverlauf von  $I$  ist in den Fig. 4 und 5 gestrichelt eingetragen. Entsprechend stellen für den Innenraum die Fig. 6 und 7 den Verlauf von  $I$  dar. Fig. 8 und 9 zeigen die beiden  $I$ -Kurven für die energiereichere Zinn- $K_{\alpha}$ -Strahlung. Der Verlauf ist derselbe wie bei Nickel- $K_{\alpha}$ , nur in Richtung der Abszissen weit auseinandergezogen.

Dieses ganze Meßverfahren mag auf den ersten Blick etwas umständlich erscheinen, es wurde aber gewählt, um alle Möglichkeiten zu erschöpfen, sich von kleinen Schwankungen der Röntgenintensität unabhängig zu machen. Das Verfahren wäre sicher einfacher gewesen, wenn die Filter nicht vor der Vorkammer, sondern zwischen Vor- und Hauptkammer angebracht worden wären. Hiergegen sprach jedoch das starke Bedenken, daß die Fluoreszenzstrahlung aus den Filtern noch zu einem wesentlichen Teil in die Hauptkammer eintreten könnte.

3. *Allgemeine Besprechung der gemessenen Kurven.* Bevor zur Auswertung der Meßergebnisse geschritten wird, soll der allgemeine Verlauf der gemessenen Kurven verständlich gemacht werden. Die Außenraumkurven (Fig. 4, 8) zeigen bei den kleinsten Drucken quadratischen Anstieg. Dies kommt so zustande, daß einerseits die in der Hauptkammer absorbierte Röntgenenergie und damit die Intensität der erzeugten Photoelektronen proportional mit dem Druck ansteigt, andererseits ebenso auch die Ionisation pro Elektron. Der quadratische Anstieg wird so lange anhalten, bis ein merklicher Teil der Elektronen absorbiert wird, bevor er die Kammerwand erreicht. Bei noch höheren Drucken wird bereits vor dem Gitter ( $G$ , Fig. 1 und 2), also im Innenraum, ein wesentlicher Teil der Elektronen absorbiert, so daß immer weniger Elektronen in den Außenraum treten. Dieser Einfluß überwiegt schließlich die Zunahme der ursprünglichen Elektronenintensität. Die Kurve geht daher durch ein Maximum und fällt dann ziemlich steil ab. Soweit kann man die Verhältnisse im Außenraum in ganz grober Näherung folgendermaßen darstellen: Die Intensität der entstehenden Elektronen ist proportional dem Druck  $p$ . Von dieser Intensität ist an den Trennungsgittern ( $G$ , Fig. 1 und 2) noch der Bruchteil  $e^{-\frac{p}{p_0} \alpha a}$  vorhanden, an der zylindrischen Außenwand nur noch der Bruchteil  $e^{-\frac{p}{p_0} \alpha r}$ , wenn  $a$  und  $r$



die Abstände der Gitter bzw. der Außenwand von der Kammerachse sind (vgl. Fig. 1) und  $\alpha$  den praktischen Absorptionskoeffizienten für Elektronen in Sauerstoff vom Druck  $p_0 = 760$  mm Hg bei  $22^\circ$  bedeutet. Die im Außenraum absorbierte Elektronenenergie ist somit proportional:

$$p \left( e^{-\frac{p}{p_0} \alpha a} - e^{-\frac{p}{p_0} \alpha r} \right). \quad (1)$$

Dieser Ausdruck entspricht qualitativ durchaus dem gemessenen Verlauf. Für kleine  $p$  wird er proportional  $p^2$ . Bei einem bestimmten Druck hat der Ausdruck (1) ein Maximum ( $p_{\max}$ ). Ist  $a$  wesentlich kleiner als  $r$ , wie hier der Fall, so ergibt sich für die Lage des Maximums näherungsweise:

$$p_{\max} = \frac{p_0}{\alpha a}. \quad (2)$$

Die Lage des Maximums gibt also ein grobes Maß für den reziproken Wert des Absorptionskoeffizienten der Elektronen. So erklärt sich, daß die Maxima in den beiden Kurven  $I_{\text{Co}}$  und  $I_{\text{Fe}}$  der Fig. 4 etwas gegeneinander verschoben sind, weil die mittleren Elektronenenergien für die beiden Filter etwas verschieden sind. Immerhin ist der Unterschied nicht sehr groß, und das bedeutet, daß schon mit dem Kobaltfilter allein eine Röntgenstrahlung von fast genau der gesuchten Wellenlänge erhalten wurde. Um so sicherer kann man sein, daß die Differenz  $I_{\text{Co}} - I_{\text{Fe}} = I$  (Fig. 4) ausschließlich auf Rechnung der monochromatischen Nickel-K-Strahlung kommt.

Was nun den Verlauf der Außenraumkurven bei noch höheren Drucken anbelangt, so überrascht zunächst der Wiederanstieg (Fig. 4 und 5). Es kann jedoch kein Zweifel darüber sein, daß dieser durch Streuung der Röntgenstrahlen an den Sauerstoffmolekeln hervorgerufen wird. Wenn diese Streustrahlung auch an sich sehr schwach ist, macht sie sich doch bei genügend hohen Drucken stark bemerkbar, weil ihre Wirkung wiederum annähernd quadratisch mit dem Druck ansteigt. Es gehen nämlich sowohl der erzeugte Betrag an Streustrahlung als auch der für die Ionenbildung ausgenutzte Bruchteil davon beide proportional mit dem Druck. In dem für die Elektronenabsorption in Betracht kommenden Druckbereich ist jedoch der Beitrag der Streustrahlung so gering, daß dafür überhaupt keine oder nur eine kleine Korrektur anzubringen ist, die zudem leicht genau zu ermitteln ist (vgl. w. u. IV, 3).

Etwas anders liegen die Verhältnisse bei den Innenraumkurven. Der im Innenraum absorbierte Bruchteil der ursprünglichen Elektronenenergie

ist näherungsweise proportional  $\left(1 - e^{-\frac{p}{p_0} \alpha a}\right)$ . Daher wird die Kurvenform näherungsweise wiedergegeben durch:

$$p \left(1 - e^{-\frac{p}{p_0} \alpha a}\right). \quad (3)$$

Bei kleinem Druck  $p$  ist dieser Ausdruck wiederum proportional  $p^2$ . Ist jedoch der Druck so hoch, daß praktisch die ganze Elektronenenergie im Innenraum bleibt, so wird die Ionisation im Innenraum proportional  $p$  selbst. Dies ist genau, was Fig. 6 zeigt. Bei sehr hohen Drucken biegen die Innenraumkurven etwas nach unten um (Fig. 7). Dies hat seinen Grund darin, daß sich die Absorption der Röntgenstrahlen auf der Gasstrecke schon etwas bemerkbar macht (vgl. w. u. IV, 2). Dagegen hat die gestreute Röntgenstrahlung auf die Innenraummessungen keinen irgendwie wesentlichen Einfluß, weil sie erst bei so hohen Drucken merklich auftritt, bei denen auch die Elektronenwirkung im Innenraum sehr stark angewachsen ist.

Die Betrachtungen dieses Abschnittes lehren also, daß der allgemeine Verlauf der gemessenen Kurven in allem den Erwartungen entspricht. An Hand der dabei gewonnenen Gesichtspunkte kann nun zur quantitativen Auswertung der Messungen geschritten werden.

#### IV. Auswertung.

1. *Übersicht.* Die Auswertung der Messungen ging in folgenden Schritten vor sich:

a) Ermittlung des Röntgenschwächungskoeffizienten  $\mu$  in Sauerstoff aus den Innenraumkurven für homogene Strahlung, sowie daraus Ermittlung der wirksamen absorbierten Röntgenenergie ( $I_R$ ) in Abhängigkeit vom Druck.

b) Umrechnung der gemessenen Kurven auf gleiche absorbierte Röntgenenergie ( $I_E = I/I_R$ ).

c) Korrektur für gestreute Röntgenstrahlung und logarithmische Auftragung der Elektronenabsorptionskurven. Entnahme der praktischen Elektronenabsorptionskoeffizienten bei geeigneten Drucken aus diesen Kurven, Ermittlung der zugehörigen Elektronengeschwindigkeiten und Korrektur der gemessenen  $\alpha/q$ -Werte von Ionisation auf wahre Elektronenzahl.

2. *Bestimmung der Röntgenschwächungskoeffizienten.* In der Hauptkammer wird die Röntgenstrahlung auf zwei Strecken absorbiert (Fig. 1), und zwar zunächst im Vorraum, der eine wirksame Länge von 10,2 cm hat. Die hier bereits druckabhängig geschwächte Röntgenstrahlung tritt dann

in den Innenraum ein, wo sie auf einer Länge von 20,0 cm wirksam ist. Die im Innenraum absorbierte Röntgenstrahlung errechnet sich also zu:

$$I_R = e^{-\mu x_1} - e^{-\mu(x_1 + x_2)}, \quad (4)$$

wenn man die Röntgenintensität auf der Innenseite des Kammereingangsfensters ( $F_1$ , Fig. 1) gleich 1 setzt und  $\mu$  den Röntgenschwächungskoeffizienten für Sauerstoff vom Druck  $p_0 = 760$  mm Hg bedeutet. Darin ist ferner:  $x_1 = 10,2 \cdot p/p_0$  und  $x_2 = 20,0 \cdot p/p_0$ . Bei einer mittleren Raumtemperatur von  $22^\circ$  beträgt die Dichte des Sauerstoffes  $\rho = 0,001322$ .

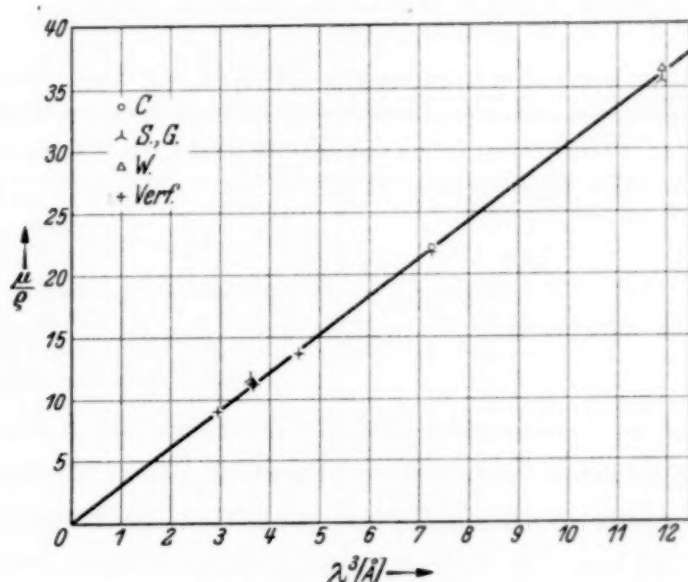


Fig. 10. In Sauerstoff gemessene Röntgenschwächungskoeffizienten.

Durch Ausprobieren läßt sich nun ein Wert für den Massenschwächungskoeffizienten für Röntgenstrahlen finden ( $\mu/\rho$ ), derart, daß die gemessene Innenraumkurve (Fig. 7) bei Drucken  $\geq 200$  mm Hg durch den Ausdruck (4) wiedergegeben wird. Ein Druck von mindestens 200 mm Hg wurde gewählt, um sicherzugehen, daß die Meßwerte im Innenraum nicht mehr durch irgendwelche Wandeffekte gestört sind. Bei diesem Druck entfernen sich die Elektronen bereits so wenig vom Röntgenstrahl, daß sie keine festen Teile im Innenraum mehr treffen können, so daß der Innenraum als „tiefe Kammer“ wirkt. Die gemessene Ionisation muß dann proportional der absorbierten Röntgenenergie sein. Für die Zinn- $K_\alpha$ -Strahlung ist der Schwächungskoeffizient bereits so klein, daß  $I_R$  proportional dem Druck angenommen werden kann.

Tabelle 3 gibt eine Übersicht über die bisher in Sauerstoff gemessenen Massenschwächungskoeffizienten für weiche Röntgenstrahlen. Wie man hieraus, vor allem aber aus der kurvenmäßigen Darstellung dieser Werte

(Fig. 10) sieht, passen die Werte des Verfassers sehr gut zu den bisher bekannten Werten. Für den Massenstreuoeffizienten kann man den von Olsen, Dershem und Storch<sup>1)</sup> bestimmten Wert:  $\sigma/\rho = 0,16$  auch hier zugrunde legen und erhält dann die formelmäßige Darstellung der Gesamtergebnisse:

$$\mu/\rho = 3,02 \cdot \lambda^3 + 0,16, \quad \text{für } 1,4 < \lambda < 2,3 \text{ \AA.} \quad (5)$$

Die hiernach berechneten Werte sind ebenfalls in die Tabelle aufgenommen. Die nach den Angaben von Jönsson<sup>2)</sup> und Lay<sup>3)</sup> berechneten Werte des Absorptionskoeffizienten würden um 15 % zu hoch liegen.

Tabelle 3. Röntgenschwächungskoeffizienten für Sauerstoff.

	Crowther <sup>4)</sup>	Gaertner <sup>5)</sup>	Spencer <sup>6)</sup>	Wörnle <sup>7)</sup>	Verf.	Formel $\mu/\rho$
1,435	—	—	—	—	9,05	9,08
1,540	11,1	11,5	11,6	—	11,1	11,2
1,656	—	—	—	—	13,7	13,9
1,935	22,2	—	—	—	21,8	22,0
2,285	—	—	35,5	36,4	—	36,2

Mit Hilfe der so bestimmten Röntgenabsorptionskoeffizienten wurde nun der im Innenraum absorbierte Bruchteil der Röntgenstrahlung rechnerisch bestimmt; er ist als die nur ganz leicht gekrümmte Kurve  $I_R$  zwischen 0 und 200 mm Hg in Fig. 6 und 7 eingezeichnet.

3. *Reduktion der gemessenen Kurven.* Um aus den gemessenen Außen- bzw. Innenraumkurven den Massenabsorptionskoeffizienten der Elektronen zu bestimmen, müssen die einzelnen Meßwerte auf gleichbleibende primäre Elektronenintensität bezogen werden. Diese Reduktion wird erreicht durch Division der gemessenen Werte durch die zu dem betreffenden Druck gehörigen absorbierten Röntgenintensitäten  $I_R$ . Sie ist in der Tabelle 2 in der Spalte 11 ( $I/I_R$ ) durchgeführt. Das Ergebnis dieser Reduktion ist für den Innenraum in Fig. 11 dargestellt. Zwischen 80 und 750 mm Hg läuft die Kurve genau horizontal weiter. Bezieht man die Kurve auf diese Asymptote als Achse, so sollte sie wenigstens näherungsweise die Absorptionskurve der Elektronen für die Strecke bis zum Gitter (a, Fig. 1) dar-

<sup>1)</sup> A. R. Olson, E. Dershem u. H. H. Storch, Phys. Rev. **21**, 30, 1923. — <sup>2)</sup> E. Jönsson, Nature **120**, 695, 1927; Diss. Upsala 1928. — <sup>3)</sup> H. Lay, ZS. f. Phys. **91**, 553, 1934. — <sup>4)</sup> J. A. Crowther, L. H. H. Orton, Phil. Mag. **10**, 329, 1930; **13**, 505, 1932. — <sup>5)</sup> O. Gaertner, Ann. d. Phys. **16**, 624, 1933. — <sup>6)</sup> R. G. Spencer, Phys. Rev. **38**, 1932, 1931; **39**, 178, 1932. — <sup>7)</sup> B. Wörnle, Ann. d. Phys. **5**, 475, 1930.



stellen. Sie gibt den Bruchteil der ursprünglichen Elektronenmenge an, welcher nicht im Innenraum, sondern erst im Außenraum oder an den Gitterdrähten absorbiert wird. Die gleiche Reduktion für den Außenraum führt zu den Kurven der

Fig. 12 und 13. Die Kurve der Fig. 12 steigt im Gegensatz zu Fig. 4 zunächst etwa druckproportional an und erreicht bei etwa 12 mm Hg ihr Maximum. Von hier fällt sie wieder ziemlich steil ab und erreicht bei etwa 100 mm Hg ihren tiefsten Punkt. Sie folgt hierbei wieder in grober

Näherung dem Ausdruck (1) dividiert durch  $p$ . Wie Fig. 13 deutlicher zeigt, steigt die Kurve von diesem Punkt wieder mit zunehmendem Druck, und zwar linear.

Dieser lineare Anstieg stützt wesentlich die Deutung, daß dieser Kurvenast nur auf die an den Gasmolekeln gestreute Röntgenstrahlung zurückzuführen ist. Durch die gestrichelte Kurve ist die Interpolation gegen den Druck 0 eingezeichnet (Fig. 13). Dieser Betrag muß also von der reduzierten Außenraumkurve noch abgezogen werden, um allein den durch die Photoelektronen hervorgerufenen

Effekt zu erhalten. So klein diese Korrektur an sich ist, lohnt es sich doch, sie anzubringen, weil es dadurch gelingt, die Absorptionskurven der Elektronen über einen Intensitätsbereich von 1 : 100 sicher zu verfolgen. Der Vollständigkeit halber, obwohl für die Messung belanglos, sei noch darauf hingewiesen, daß die extrapolierte Streustrahlungskurve nicht durch den Nullpunkt geht. Dies läßt sich zwanglos darauf zurückführen, daß die

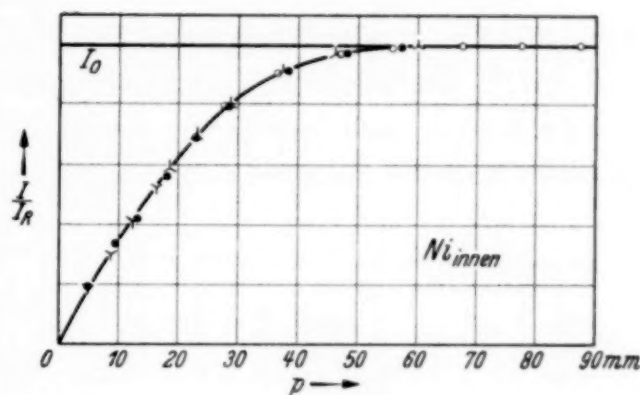


Fig. 11. Beispiel einer reduzierten Innenraumkurve. Drei unabhängige Meßreihen.

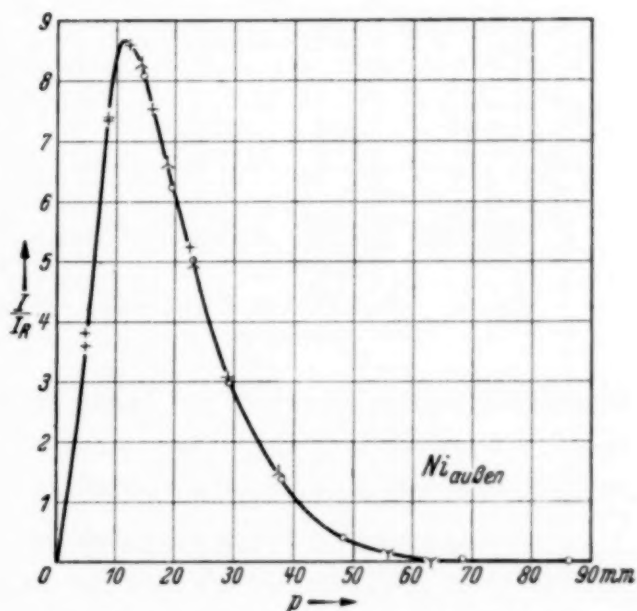


Fig. 12. Beispiel einer reduzierten Außenraumkurve.

Streustrahlung nicht nur im Gas, sondern auch an festen Teilen (Gitterdrähten) Elektronen auslöst. Diese liefern offenbar einen konstanten Beitrag.

4. *Bestimmung der Elektronenabsorptionskoeffizienten sowie der effektiven Elektronengeschwindigkeiten.* Um aus den reduzierten Außenraumkurven  $I/I_R$  den Elektronenabsorptionskoeffizienten entnehmen zu können, sind die Kurven nach Anbringung der Streustrahlungskorrektur in logarithmischem Maßstab aufgezeichnet (Fig. 14 und 15). Die oberen Kurven „a“

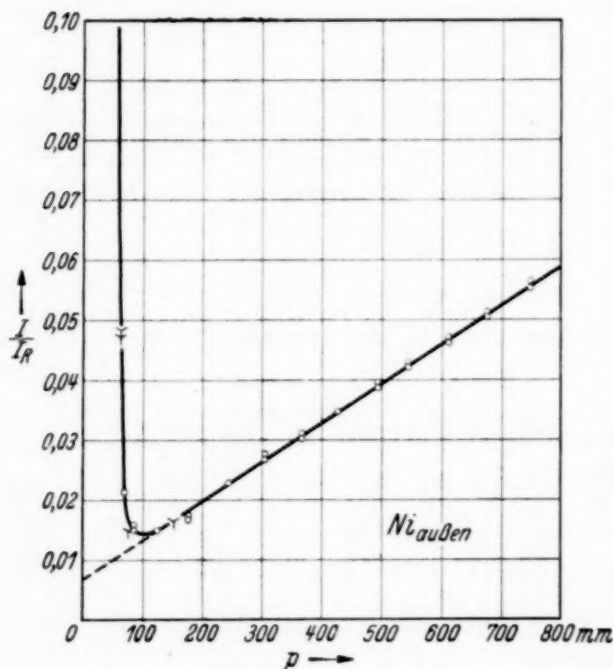


Fig. 13. Beispiel für Streustrahlung im Außenraum.

gehören zu den Messungen im Außenraum, während die unteren Kurven „i“ aus den Innenraummessungen hervorgegangen sind. Wenn die Elektronengeschwindigkeit über den ganzen Druckbereich konstant bliebe, so müßten die Kurven in dieser Darstellung gerade Linien sein. In Wirklichkeit zeigen sie aber eine konvexe Krümmung. Diese Krümmung läßt sich nur dadurch erklären, daß die Geschwindigkeit der Elektronen beim Durchlaufen des Kammerinnenraumes abnimmt. Mit zunehmenden Drucken, also abnehmenden

Geschwindigkeiten, muß  $\alpha/\rho$  und damit die Neigung der Kurven zunehmen. Dieser Kurvenverlauf entspricht genau dem, was schon Becker<sup>1)</sup> bei größeren Geschwindigkeiten für Aluminium festgestellt hat.

Durch graphische Differentiation der logarithmischen Kurven kann nun für jeden einzelnen Druckwert der zugehörige Wert des Absorptionskoeffizienten bestimmt werden. Die nächste Frage betrifft die Auswahl dieser Druckwerte. Hierfür sind folgende Gesichtspunkte maßgebend: Nach der Definition von Lenard<sup>2)</sup> gilt der praktische Absorptionskoeffizient nur für den Normalfall. Damit sich der „Normallauf“ einstellt, müssen die Elektronen erst eine gewisse „Vorschalt Dicke“ durchlaufen<sup>3)</sup>. Ebenfalls nach Lenard ergibt sich, daß eine Vorschalt Dicke, welche die

<sup>1)</sup> A. Becker, Ann. d. Phys. **78**, 209, 1925. — <sup>2)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil III. — <sup>3)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil III, B.

Elektronenintensität auf etwa  $\frac{1}{10}$  ihres Anfangswertes herabdrückt, voll ausreicht<sup>1)</sup>. Außer zur Herstellung des Normallaufes war die Vorschalt-  
schicht vor allem erforderlich, um nicht durch die Rückdiffusion<sup>2)</sup> eine  
Fälschung der Messungen zu bekommen. Durch den geometrischen Aufbau  
der Hauptkammer waren hier die Verhältnisse besonders verwickelt, weil  
ein Elektron bei niedrigem Druck den Innenraum mehrmals durchfliegen

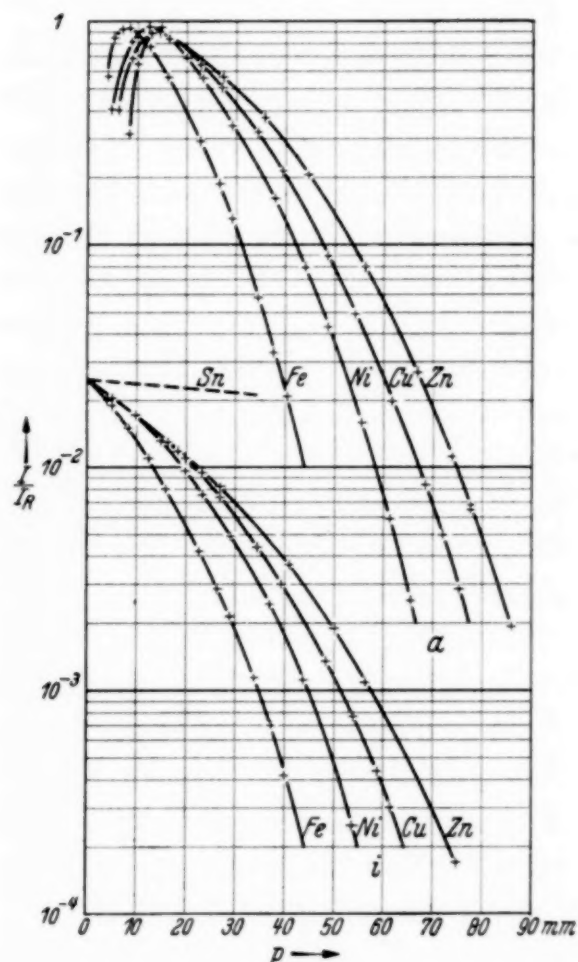


Fig. 14. Logarithmische Elektronenabsorptionskurven für Außen- (a) und Inneraum (i) für Eisen-, Nickel-, Kupfer- und Zinkstrahlung.

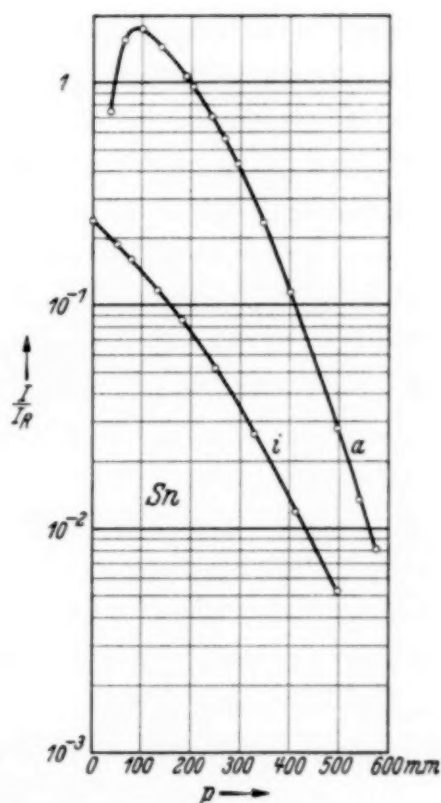


Fig. 15. Logarithmische Elektronenabsorptionskurve für Zinnstrahlung.

konnte. Durch die Rückdiffusion würden also die Meßresultate in recht unübersichtlicher Weise beeinflusst. Schließlich ist noch zu bedenken, daß bei kleinsten Drucken nicht alle Elektronen, welche durch das Trennungsgitter (G, Fig. 1) hindurchtreten, im Außenraum absorbiert werden. Ein Teil erreicht die Außenwand und geht damit der Messung verloren. Bei kleinsten Drucken wirkt also der Außenraum nicht als „tiefe Kammer“.

<sup>1)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil VII, D, 3, b. — <sup>2)</sup> P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil VII.

In den Außenraumkurven gibt sich dies in dem Auftreten eines Maximums zu erkennen, in der groben Näherungsgleichung (1) in dem Auftreten *zweier* Exponentialfunktionen. Der Druck muß also mindestens so hoch gewählt werden, daß kein merklicher Bruchteil der in den Außenraum eintretenden Elektronen die Außenwand der Kammer erreicht, d. h. so hoch, daß in (1) die zweite Exponentialfunktion gegen die erste vernachlässigt werden kann.

Eine einfache numerische Diskussion zeigt, daß diese drei Bedingungen reichlich erfüllt sind, wenn 90% der ursprünglichen Elektronenintensität bereits im Innenraum absorbiert werden. Hiernach konnte der erste  $\alpha/\rho$ -Wert bei demjenigen Druck  $p_1$  entnommen werden, wo gemäß Fig. 11 an dem Sättigungswert 10% fehlten. Weitere Werte wurden bei den Drucken  $p_2$  und  $p_3$  gewonnen, wo die Intensität gemäß Fig. 14 und 15 (a) abermals um  $1/2$  bzw.  $1/5$  gegenüber  $p_1$  gesunken war, d. h.  $1/20$  bzw.  $1/50$  gegenüber der Anfangsintensität betrug. Noch höhere Drucke wurden nicht benutzt, weil dann keine volle Sicherheit mehr bestand, daß die kleine Intensität noch genügend genau gemessen würde.

Bezüglich der Innenraumkurven ist zu sagen, daß diese nur grob angenäherte Werte für  $\alpha/\rho$  liefern können. Die Begrenzung des Innenraumes ist sowohl der Form als auch dem Material nach so uneinheitlich, daß keine quantitativ bindenden Schlüsse aus diesen Kurven gezogen werden können. Doch wurden der Vollständigkeit halber auch den Innenraumkurven  $\alpha/\rho$ -Werte für den einen Druck  $p_1$  entnommen. Bei höheren Drucken verbot sich die Auswertung der Innenraumkurven auch schon deshalb, weil der Abstand von der Sättigungsasymptote nicht genügend genau gemessen werden konnte. Die so ermittelten Drucke und Absorptionskoeffizienten sind in Tabelle 4, Spalte 3 und 4 aufgeführt.

Die nächste Aufgabe ist, die zu den ermittelten  $\alpha/\rho$ -Werten gehörigen Elektronengeschwindigkeiten zu finden. Nach Whiddington, Klemperer und anderen gilt für Elektronen, welche eine Schicht  $\Delta X$  durchsetzen:

$$b(\beta_0^4 - \beta^4) = \Delta X = X_0 - X, \quad (6)$$

wenn dabei die Geschwindigkeit von  $\beta_0 c$  auf  $\beta c$  abnimmt ( $c$  = Lichtgeschwindigkeit).  $b$  ist eine Materialkonstante;

$$X = b\beta^4 \quad (7)$$

ist die Lenardsche Grenzdicke<sup>1)</sup>. Die von Lenard kritisch zusammengestellten Grenzdicken in Aluminium<sup>2)</sup> lassen sich in dem Gebiet, wo zu-

<sup>1)</sup> P. Lenard Q. ü. K. Spez. Teil II. — <sup>2)</sup> P. Lenard u. A. Becker, Handb. d. Exper.-Phys. XXIV, IV, C, Tab. 8.



verlässige Messungen der Geschwindigkeitsabnahme vorliegen, nämlich für  $\beta > 0,2$ , gut wiedergeben durch:  $b = 0,12^1$ ). Für kleinere Geschwindigkeiten ist man auf Interpolation angewiesen. Die natürlichste Interpolation geschieht nach derselben Gleichung (7), weil sie die Bedingung erfüllt, daß  $X = 0$  wird für  $\beta = 0^2$ ). Somit gilt für Aluminium:

$$\beta = \sqrt[4]{\beta_0^4 - \frac{\Delta X}{0,12}}. \quad (8)$$

Nach Lenard<sup>3</sup>) können weiter die Verluste in Aluminium und Luft als massenproportional angenommen werden. Mit größter Wahrscheinlichkeit gilt dasselbe auch für Sauerstoff. Somit ist beim Druck  $p$  die Sauerstoffschicht von der Dicke  $a = 1,5$  cm äquivalent einer Aluminiumschicht von der Dicke  $\Delta X$

$$\Delta X = a \frac{p}{p_0} \frac{\varrho_{O_2}}{\varrho_{Al}}, \quad (9)$$

wo  $\varrho_{Al}$  die Dichte des Aluminiums ( $= 2,69$ ) und  $\varrho_{O_2}$  die Dichte des Sauerstoffs beim Normaldruck  $p_0 = 760$  mm Hg und der Zimmertemperatur von  $22^\circ$  ( $= 0,001322$ ) bedeuten. Nach (8) und (9) wurden die effektiven Elektronengeschwindigkeiten berechnet.  $\beta_0$  muß aus der bekannten Wellenlänge der auslösenden Elektronenstrahlen berechnet werden. Hierfür wurde der Schwerpunkt des jeweiligen  $\alpha, \alpha'$ -Dubletts zugrunde gelegt. Die Sauerstoff-K-Kante, welche im wesentlichen die Austrittsarbeit bestimmt, liegt bei  $23,5 \text{ \AA}$ . Eine kleine Korrektur war noch anzubringen für die Photoelektronen, welche nicht aus der K-, sondern aus der L-Schale des Sauerstoffs ausgelöst wurden und im Verhältnis  $1 : (\delta_K - 1)$  beigemischt waren ( $\delta_K = 15 = K$ -Absorptionssprung). Die so bestimmten Effektivwerte von  $\beta_0$  und  $\beta$  sind in Spalte 2 und 5 der Tabelle 4 aufgeführt.

Jetzt bleibt noch an den Absorptionskoeffizienten selbst eine Korrektur anzubringen. Die Elektronenintensitäten  $I_E$ , mit denen bisher gerechnet wurde, stellen nicht die wahren Intensitäten  $I^*$  selbst dar, d. h. nicht die Elektronenzahl pro Sekunde und  $\text{cm}^2$  Querschnitt, sondern (bis auf einen konstanten Faktor) die von ihnen erzeugte Ionisation:  $I_E = I^* S$ , wo  $S$  die totale Ionisation für ein Elektron ist. Lenard hat auf diesen wichtigen Punkt nachdrücklich hingewiesen<sup>4</sup>) und auch die Korrektur angegeben,

<sup>1</sup>) W. Bothe, Handb. d. Phys. XXII/2, S. 35, 1933. — <sup>2</sup>) Die von Lenard für  $\beta = 0,05$  und  $0,1$  angegebenen Werte dürften sicher zu hoch sein, da sie nicht gegen 0 streben. — <sup>3</sup>) P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil II, E, 1. — <sup>4</sup>) P. Lenard, Q. ü. K. Spez. Teil III, B, 3.

die sich hieraus für den Absorptionskoeffizienten ergibt: Ist  $\alpha$  der gemessene und  $\alpha^*$  der wahre Absorptionskoeffizient,  $x$  die Schichtdicke, so gilt:

$$\alpha^* = \alpha - \left| \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \right|.$$

Nach neuerer Kenntnis<sup>1)</sup> ist  $S$  proportional der Energie der Elektronen, weil der zur Erzeugung eines Ionenpaares aufzuwendende Energiebetrag  $\varepsilon$  konstant ist, wenn man von den allerkleinsten Elektronenenergien absieht<sup>2) 3)</sup>. Daher ist auch  $S$  proportional  $\beta^2$  und

$$\frac{\alpha^*}{\varrho} = \frac{\alpha}{\varrho} - \frac{2}{\beta} \left| \frac{d\beta}{d(\varrho x)} \right|. \quad (10)$$

Hierin ist nun  $d\beta/d(\varrho x)$  nichts anderes als die Massengeschwindigkeitsabnahme, und zwar nach Gleichung (7)

$$\left| \frac{d\beta}{d(\varrho x)} \right| = \frac{1}{\varrho_{\Delta 1}} \frac{1}{4 \cdot 0,12 \cdot \beta^3} = \frac{0,77}{\beta^3}. \quad (11)$$

Diese Werte für die Geschwindigkeitsabnahme stimmen vorzüglich mit den von Lenard und Becker kritisch zusammengestellten experimentellen Werten überein<sup>4)</sup>. Damit wird schließlich:

$$\frac{\alpha^*}{\varrho} = \frac{\alpha}{\varrho} - \frac{1,55}{\beta^4}.$$

Die hiernach korrigierten  $\alpha^*/\varrho$  stehen in der letzten Spalte der Tabelle 4. In Fig. 16 sind die endgültigen Ergebnisse nach Spalte 5 und 6 der Tabelle 4 graphisch aufgetragen. Die Werte aus den Innenraumkurven sind dabei aus den erwähnten Gründen fortgelassen worden.

*5. Besprechung der Ergebnisse.* Die beschriebenen Messungen dürften den Bedingungen für die Ermittlung ungefälschter Absorptionskoeffizienten für Elektronen genügen. Bezüglich der geometrischen Verhältnisse, der Geschwindigkeitsbestimmung, der Vorschaltstärke und der Umrechnung von Scheinintensitäten auf wahre Intensitäten ist das Nötige an den betreffenden Stellen gesagt. Was etwaige Störungen durch andere Strahlungen betrifft, so könnte außer der gestreuten Röntgenstrahlung höchstens noch die Sauerstoff-K-Fluoreszenzstrahlung in Betracht kommen, welche durch

<sup>1)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXII/2, S. 62, 1933. — <sup>2)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXII/2, S. 58, 1933. — <sup>3)</sup> H. Pigge, Ann. d. Phys. **20**, 233, 1934. — <sup>4)</sup> P. Lenard u. A. Becker, Handb. d. Exper.-Phys. XIV, III, B, Tab. 6, 1927.

die primäre Röntgenstrahlung erregt wird,<sup>1</sup> sowie Bremsstrahlung, welche die Elektronen im Gas oder an den festen Apparateilen hervorrufen. Die Fluoreszenzausbeute ist bei Sauerstoff aber so klein<sup>1) 2)</sup>, daß sie bereits neben der Streustrahlung zu vernachlässigen ist. Einen experimentellen Beweis für diese Behauptung gibt die Kurve der Fig. 13, die mit Nickelstrahlung im Außenraum gemessen ist. Würde Sauerstoff-K-Fluoreszenzstrahlung meßbar auftreten, so müßte sich das in dieser Kurve dadurch zeigen, daß dem auf Streustrahlung zurückgeführten ansteigenden Kurvenast noch eine weitere Kurve überlagert wäre. Diese Kurve müßte bei etwa 150 mm Hg ein Maximum haben [Gleichung (2)], denn die Sauerstoff-K-Strahlung ist so weich (25,8 Å), daß sie bei höheren Drucken ähnlich wie die Elektronen bereits im Innenraum stark absorbiert werden müßte. Bei dem sehr befriedigend linear verlaufenden Streustrahlungsast der Kurve in Fig. 13 ist von einer Sauerstofffluoreszenzstrahlung nichts zu bemerken. Die Ausbeute an Bremsstrahlung, die durch die Photoelektronen in der Kammer erzeugt wird, ist etwa gleich  $10^{-4}$  in dem hier in Betracht kommenden Geschwindigkeitsbereich<sup>3) 4)</sup>. Dieser Betrag liegt also auch unter der Fehlergrenze und ließ sich daher mit der beschriebenen Anordnung nicht nachweisen. Bei der Zerstreuung der Röntgenstrahlen im Gas entstehen zwar noch Rückstoßelektronen durch Compton-Effekt; diese haben aber so kleine Intensitäten und vor allem so kleine Geschwindigkeit, daß sie sich jedenfalls im Außenraum bei den gewählten Meßdrucken in keiner Weise bemerkbar machen konnten, weil sie längst im Innenraum stecken blieben.

Über die mutmaßliche Genauigkeit ist zu sagen, daß der reine Meßfehler nicht viel höher als 1 bis 2% sein kann. Die größte Unsicherheit dürfte in den Korrekturen liegen, in welche die Geschwindigkeitsabnahme eingeht. Abgesehen von der Frage der Massenproportionalität schwanken die Angaben über Geschwindigkeitsverluste in Aluminium in dem fraglichen Geschwindigkeitsbereich innerhalb 12%. Hierdurch werden sowohl die

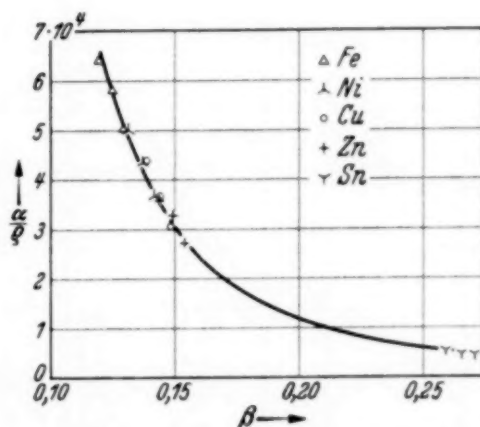


Fig. 16. Praktische Massenabsorptionskoeffizienten für Elektronen.

<sup>1)</sup> W. Bothe, Handb. d. Phys. XXIII/2, S. 73ff., 1933. — <sup>2)</sup> W. Crone, Ann. d. Phys. 27, 405, 1936. — <sup>3)</sup> F. Kirchner, Handb. d. Exper.-Phys. XXIV/1, S. 112, 1930. — <sup>4)</sup> H. Kulenkampff, Handb. d. Phys. XXIII/2, S. 196, 1933.

Abszissen wie auch die Ordinaten der Kurve Fig. 16 beeinflußt. Dies bringt einen Unsicherheitsbereich in der Höhe der Kurve bis etwa 25% mit sich.

Tabelle 4. Massenabsorptionskoeffizienten für Elektronen.

1. Strahlung	2 $\beta_0$	3 $p$ mm Hg	4 $\alpha/\rho_{\text{gem.}} \cdot 10^{-4}$	5 $\beta_{\text{kor.}}$	6. $\alpha/\rho_{\text{kor.}} \cdot 10^{-4}$
Fe außen {	0,150	29,5	5,59	0,129	5,03
		34,0	6,45	0,125	5,81
		39,0	7,18	0,119	6,41
innen		29,5	4,96	0,129	4,45
Ni außen {	0,163	37,5	4,07	0,142	3,71
		43,5	4,82	0,137	4,38
		50,7	5,52	0,131	5,00
innen		37,5	3,80	0,142	3,41
Cu außen {	0,170	43,0	3,43	0,149	3,11
		50,0	4,03	0,144	3,67
		58,0	4,80	0,138	4,38
innen		43,0	3,31	0,149	3,01
Zn außen {	0,176	49,0	3,01	0,154	2,73
		57,0	3,60	0,149	3,29
		66,0	3,98	0,144	3,62
innen		49,0	2,96	0,154	2,71
Sn außen {	0,300	335	0,480	0,271	0,451
		387	0,529	0,266	0,498
		445	0,562	0,259	0,528
innen		335	0,338	0,271	0,317

Um nun verfolgen zu können, wie die neuen Werte des Elektronenabsorptionskoeffizienten sich in die bisherige Lücke einfügen, sind sie in Fig. 17 mit den anschließenden Messungen in Luft und Aluminium nach der kritischen Auswahl von Lenard und Becker zusammengestellt. Die Darstellung erfolgte im doppeltlogarithmischen Maßstab (Absz.  $\log \beta^4$ : Ord.  $\log \alpha/\rho$ ). Man sieht, daß auf der Seite größerer Geschwindigkeiten (Zinn- $K_\alpha$ -Strahlung) guter Anschluß an die früheren Messungen besteht. Dies dürfte eine weitere Stütze dafür sein, daß die Messungen nach Methode und Anordnung einwandfrei sind. Nach der Seite kleinerer Geschwindigkeiten konnte leider der Anschluß an frühere Messungen nicht hergestellt werden. Schon die Messungen mit der Eisen- $K_\alpha$ -Strahlung waren etwas erschwert durch die geringen Elektronenintensitäten, die durch geringere



Ausbeute im Röntgenrohr sowie durch starke Absorption der Röntgenstrahlen in den Fenstern und auf der Luftstrecke verschuldet waren. Um mit noch kleineren Elektronengeschwindigkeiten, also mit noch weicheeren Röntgenstrahlen zu arbeiten, müßte die Versuchsanordnung grundsätzlich geändert werden. Soweit jedoch die neuen Messungen herabreichen, scheint

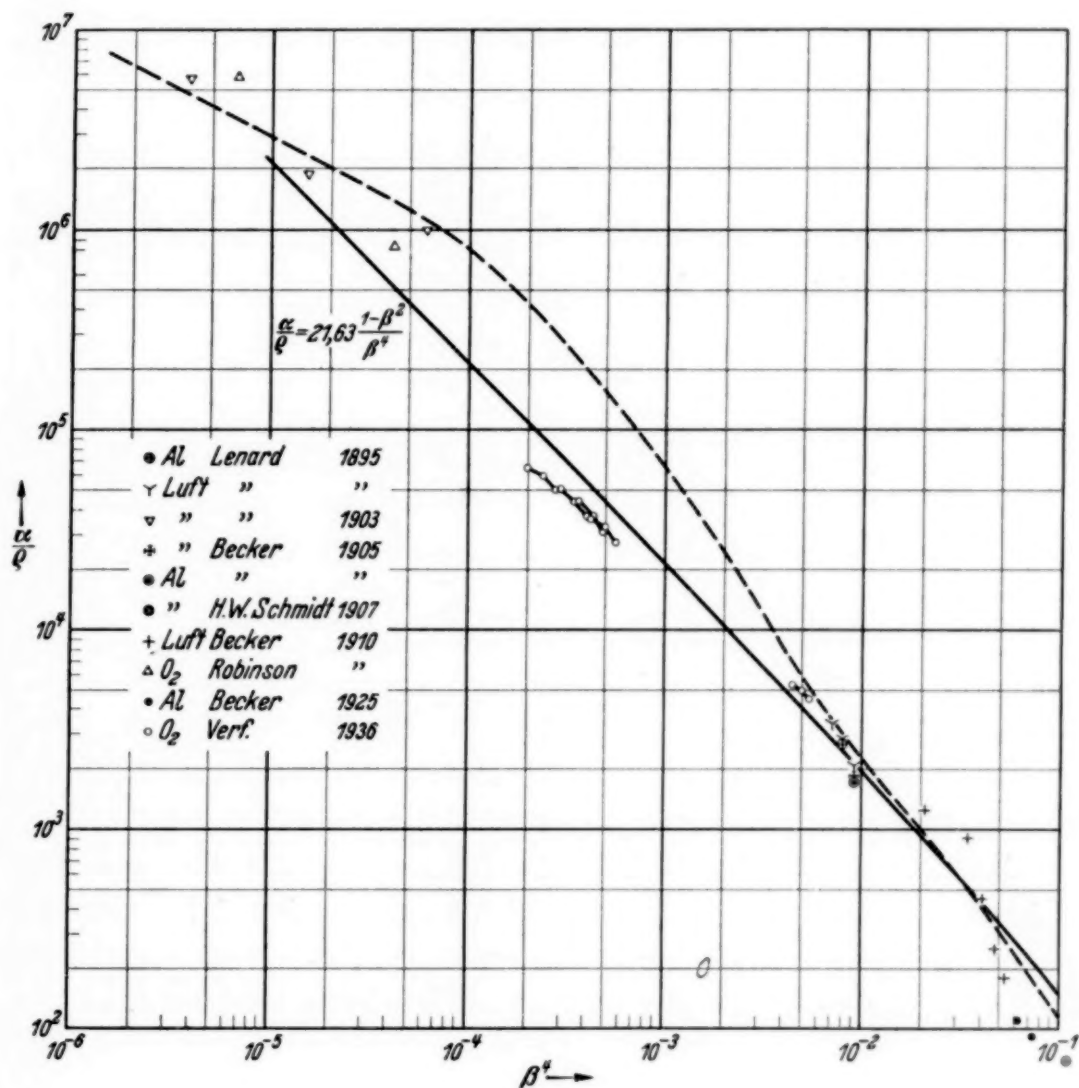


Fig. 17. Praktische Massenabsorptionskoeffizienten für Elektronen im Vergleich mit bekannten Werten und der Theorie.

der Anschluß an die früheren Messungen bei  $\beta < 0,1$  nicht so gut zu sein wie auf der schnelleren Seite. Hierbei ist aber zu bedenken, daß sich die Messungen bei  $\beta < 0,1$  bezüglich Anordnung, Strahlengang und Vorschalt-  
dicke stark von den übrigen unterscheiden. Hieraus entsteht eine gewisse Schwierigkeit, wenn man den Verlauf der Absorptionskoeffizienten mit der Geschwindigkeit durch einen glatten Kurvenzug darstellen will.

Die von Lenard interpolierte Kurve ist gestrichelt in Fig. 17 eingezeichnet. Sie läuft ziemlich weit an den neuen Meßpunkten vorbei. Wenn man allen Messungen etwa gleiches Gewicht zulegt, so werden sie am besten durch die ausgezogene Kurve der Fig. 17 ausgeglichen. Diese Kurve läßt sich nun theoretisch begründen. Nach der von Bothe<sup>1)</sup> entwickelten Diffusionstheorie der Absorption sollte sein:

$$\frac{\alpha^*}{\varrho} = 67 \left( \frac{Z e^2}{m v^2} \right)^2 \frac{L}{A} \left( 1 + \frac{1}{Z} \right). \quad (12)$$

Hierin bezeichnet  $\varrho$  die Dichte,  $Z$  die Ordnungszahl,  $A$  das Atomgewicht des absorbierenden Mittels,  $L$  die Loschmidtsche Zahl,  $e$  die Elementarladung,  $m$  die Elektronenmasse und  $v = c\beta$  die Elektronengeschwindigkeit. Dies liefert für Aluminium den numerischen Ausdruck:

$$\frac{\alpha^*}{\varrho} = 21,63 (1 - \beta^2) / \beta^4. \quad (13)$$

In dem betrachteten Geschwindigkeitsbereich führt diese Gleichung noch zu einer Geraden. Rechnet man aus (12) die Absorptionskoeffizienten für Sauerstoff statt Aluminium aus, so erhält man eine Kurve, die genau durch die hier gemessenen Punkte geht, außer bei der der Zinnstrahlung entsprechenden Elektronengeschwindigkeit. Man darf jedoch in dieser Übereinstimmung nicht ohne weiteres eine quantitative Bestätigung der Diffusionstheorie der Elektronenabsorption in der bisherigen Form erblicken. Vielmehr hat Bothe selbst darauf hingewiesen, daß die Materialabhängigkeit der Absorption nach Gleichung (12) schlecht zur Erfahrung paßt und hat auch die Punkte aufgezeigt, in denen die Theorie verbessert werden müßte, um dem Rechnung zu tragen. Man kann daher nur schließen, daß die Theorie wohl das Wesen der Absorption richtig erfaßt. Hierfür spricht auch schon, daß sie die Richtungsverteilung im Normalfalle richtig wiedergibt.

#### *Zusammenfassung.*

Im Geschwindigkeitsbereich  $0,1 < \beta < 0,3$  werden praktische Massenabsorptionskoeffizienten für röntgenelektrisch ausgelöste Elektronen in Sauerstoff erstmalig gemessen. Die Ergebnisse (Spalte 5 und 6 der Tabelle 4) sind vereinbar mit der Diffusionstheorie der Elektronenabsorption.

Für  $\beta = 0,3$  schließen sich die gemessenen Werte gut an die von Lenard und seiner Schule gemessenen Werte des Absorptionskoeffizienten

<sup>1)</sup> W. Bothe, ZS. f. Phys. **54**, 161, 1929.

für Luft und Aluminium an. Damit ist auch für Sauerstoff die nahe Massenproportionalität des Absorptionskoeffizienten zu Aluminium bestätigt.

Eine Vereinfachung des Differenzfilterverfahrens für Messungen an homogenen Röntgenstrahlen wird eingeführt.

Für den Wellenlängenbereich  $1,4 < \lambda < 1,9 \text{ \AA}$  werden Röntgenschwächungskoeffizienten für Sauerstoff bestimmt, die gut zu den bisher bekannten Werten passen. Sie folgen dem Gesetz:

$$\mu/\rho = 3,02 \lambda^3 + 0,16, \quad 1,4 < \lambda < 2,3 \text{ \AA}.$$

Für die Überlassung des Themas sowie für sein stetes und förderndes Interesse am Verlauf der Arbeit bin ich Herrn Prof. Dr. W. Bothe zu größtem Dank verpflichtet. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft (Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft) und die Helmholtz-Gesellschaft haben Herrn Prof. Bothe Mittel für diese Untersuchung zur Verfügung gestellt.

Heidelberg, Institut für Physik am Kaiser-Wilhelm-Institut für medizinische Forschung, Oktober 1936.

## Über einige Interferenzerscheinungen bei Ultraschallwellen.

Von E. Schreuer und K. Osterhammel in Köln.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 20. Juli 1937.)

Untersuchungen von Interferenzerscheinungen, die bei der Überlagerung einer fortschreitenden und einer stehenden Ultraschallwelle, sowie von zwei fortschreitenden Wellen auftreten.

Wie Bär<sup>1)</sup> sowie Hiedemann und Hoesch<sup>2)</sup> kürzlich gezeigt haben, läßt sich die Struktur eines Ultraschallfeldes nach Richtung und Intensität mit rein optischen Mitteln sichtbar machen. Bei der Methode der Letztgenannten wird die Abbildung des eigentlichen Ultraschallgitters durch

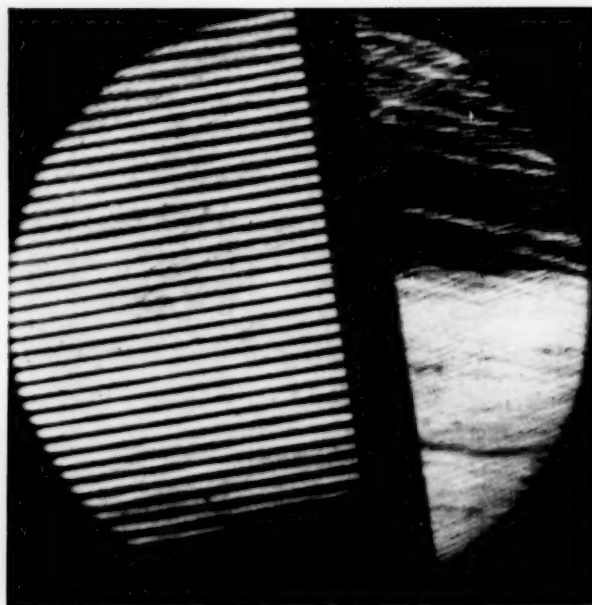


Fig. 1. Interferenzen zwischen einer stehenden und einer laufenden Ultraschallwelle. Der Reflektor ist um etwa  $90^\circ$  gegen die Fronten der stehenden Welle geneigt.

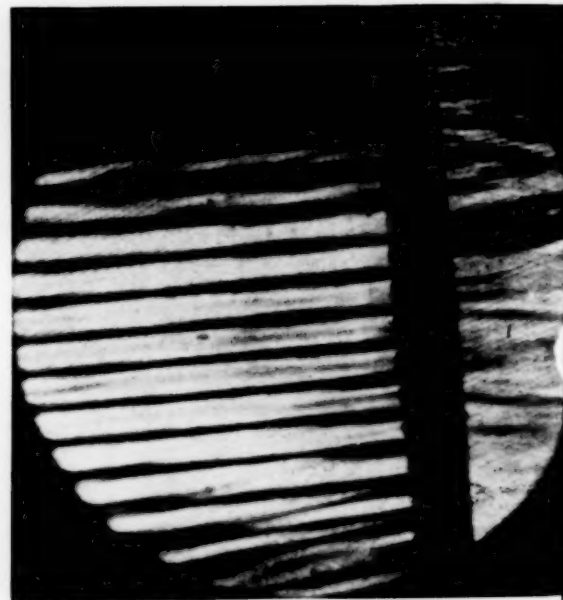


Fig. 2. Derselbe Vorgang bei einer Neigung von  $4^\circ$ .

eine besondere optische Anordnung unterdrückt und nur solche Strukturen zur Abbildung zugelassen, deren Abmessungen groß sind gegenüber der Schallwellenlänge.

Gelegentlich solcher Schallfelduntersuchungen fanden wir Interferenzerscheinungen bemerkenswert, die im folgenden beschrieben werden sollen.

<sup>1)</sup> R. Bär, *Helv. Phys. Acta* **9**, 617, 1936. — <sup>2)</sup> E. Hiedemann u. K. H. Hoesch, *ZS. f. Phys.* **104**, 197, 1937.



Bringt man in ein Bündel stehender Ultraschallwellen eine zu den Wellenfronten geneigte halbdurchlässige Reflektorplatte, so beobachtet man senkrecht auf der Platte stehende scharfe Interferenzstreifen, deren Breite und gegenseitiger Abstand unter sonst gleichen Bedingungen von der Neigung der Platte abhängt. Die beiden ersten Figuren zeigen die Interferenzstreifen bei verschiedenen Neigungen der Platte gegenüber den Fronten der stehenden Welle. In Fig. 3 ist ein Schema der räumlichen Anordnung der sich durchdringenden Schallwellen gegeben und soll das Zustandekommen der Interferenzen erläutern.

Die vom Quarz  $Q$  ausgehende Schallwelle durchsetzt den Reflektor  $R$ . (Die eintretende Parallelverschiebung ist der Einfachheit halber nicht eingezeichnet.) Die Welle wird an der Küvettenwand in sich selbst zurückreflektiert, und es

bildet sich eine stehende Welle aus. Ein Teil der zurücklaufenden Welle wird an dem schiefen Reflektor nach unten reflektiert. Es durchsetzen sich also eine stehende und eine fortschreitende Welle.

Da nun bei einer stehenden Welle Druckbauch und -knoten sich am selben Ort abwechselnd ausbilden und wieder verschwinden, so verschiebt sich während einer halben Periode jeder Kreuzungspunkt der stehenden und der laufenden Welle entlang der stehenden Welle, solange der Druckbauch der stehenden Welle entsteht und vergeht. Dieser Vorgang erzeugt im zeitlichen Mittel den Eindruck eines Linienstückes, dessen Schärfe und Länge von der gegenseitigen Neigung der Schallwellen abhängt. In der nächsten Halbperiode wiederholt sich der ganze Vorgang, jedoch sind alle Linienstücke in Richtung der Normalen zum Reflektor um eine halbe Wellenlänge verschoben. Da durch die optische Anordnung die Abbildung des eigentlichen Gitters verhindert wird, so erhält man lediglich ein Bild von der Grobstruktur dieser Gitterstreifen.

Wie man aus Fig. 3 leicht entnimmt, ist der gegenseitige Abstand der Streifen von der Neigung des Reflektors abhängig und beträgt  $d = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$

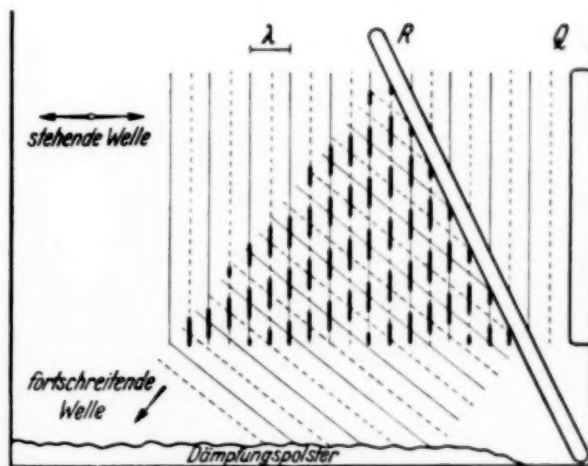


Fig. 3. Schema des Interferenzvorganges.

( $\lambda$  = Schallwellenlänge,  $\alpha$  = Reflektorneigung): die Streifenbreite ist dieser Größe proportional.

Weiter ersieht man aus der Fig. 3, daß auch an der Vorderseite der Reflektorplatte die Bedingungen für das Zustandekommen dieser Interferenzen gegeben sind; jedoch ist das Intensitätsverhältnis der beteiligten Wellen ungünstiger, so daß dies Streifensystem schwieriger zu beobachten ist. Wie aus der Anordnung ohne weiteres hervorgeht, muß das ganze

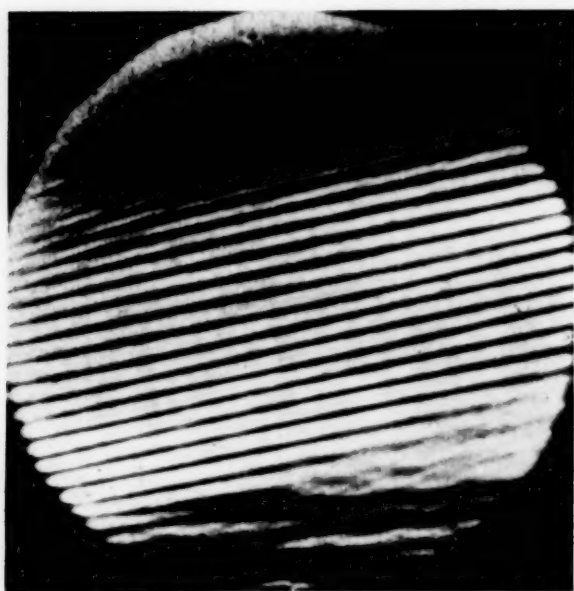


Fig. 4. Interferenz von zwei fortschreitenden Wellen, die um  $20^\circ$  gegeneinander geneigt sind.

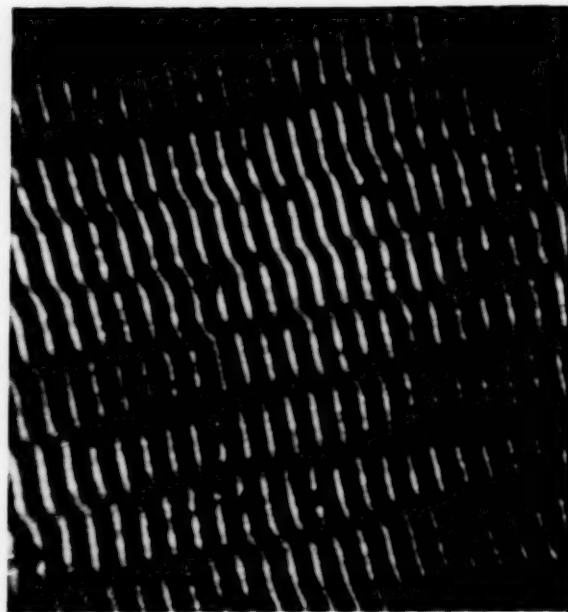


Fig. 5. Derselbe Vorgang, bei stroboskopischer Belichtung stark vergrößert aufgenommen.

System der Interferenzen verschwinden, wenn die Ausbildung einer stehenden Welle z. B. durch Polsterung der rückseitigen Küvettenwand verhindert wird.

Interferenzstreifen, die den oben beschriebenen sehr ähnlich sind, erhält man auch bei der Superposition zweier gegeneinander geneigter fortschreitender Schallwellen; jedoch kommen sie auf eine andere Weise zustande. In Fig. 4 ist ein solches Interferenzsystem abgebildet. Wie Rayleigh<sup>1)</sup> gezeigt hat, entsteht bei der Superposition zweier fortschreitender Wellen eine Kombinationswelle, deren Intensität längs ihrer Front

mit der Periode  $D = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\Theta}{2}}$  ( $\lambda$  = Schallwellenlänge,  $\Theta$  = Winkel der

<sup>1)</sup> Rayleigh, Theory of Sound, siehe auch die schöne Darstellung bei G. Joos, Lehrb. d. theor. Phys., Leipzig 1932, S. 54.

gegenseitigen Neigung) moduliert ist, und die in Phasengeschwindigkeit und Richtung gegeben ist durch die Vektorsumme der Komponentwellen. Die beobachteten Interferenzstreifen sind nichts anderes als die Spuren der Amplitudenmaxima der fortschreitenden Kombinationswelle.

In Fig. 5 ist mit Hilfe einer stroboskopischen Belichtung (Kerrzelle) die Kombinationswelle selbst sichtbar gemacht.

Es ist dies dasselbe Prinzip, nach welchem die „pseudostehenden Wellen“<sup>1)</sup> parallel zu Reflektoren entstehen, sowie die gekrümmten Interferenzstreifen, welche man bei der Durchdringung einer Zylinderwelle und einer ebenen Welle erhält<sup>2)</sup>.

Es sei noch bemerkt, daß unsere Versuche mit Ultraschallwellen von etwa 3000 kHz in Xylol vorgenommen wurden.

Herrn Doz. Dr. E. Hiedemann danken wir für die Anregung zu dieser Untersuchung und für viele Ratschläge. Herrn Prof. Dr. H. Falkenhagen, Dresden, sind wir für die Bereitstellung von Apparaten zu Dank verpflichtet, ebenso der Helmholtz-Gesellschaft.

Köln, Abteilung für Elektrolytforschung am Physikal. Inst. d. Univ.

---

<sup>1)</sup> Ch. Bachem u. E. Hiedemann, ZS. f. Phys. **91**, 418, 1934; sowie R. W. Boyle, J. F. Lehmann u. C. D. Reid, Trans. Roy. Soc. Canada (3) **19**, 167, 1925. — <sup>2)</sup> Z. B. bei R. Bär, Helv. Phys. Acta **10**, 311, 1937.

## Von den sekundären Kathodenstrahlen der Isolatoren.

Von Gerhard Katz in Berlin.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 2. August 1937.)

Durch Versuche wird festgestellt, daß die Erscheinung des von Wehnelt an Isolatoren aufgefundenen Effektes der sekundären Kathodenstrahlung nicht auf einen bestimmten Geschwindigkeitsbereich der erzeugenden Kathodenstrahlen beschränkt ist. Die Annahme, daß das im Isolator ausgebildete Potential, dem man die Entstehung des Effektes zuschreibt, eine Konstante sei, erweist sich als irrig.

Die Beobachtung der elektrisch positiven Aufladung von Glaswänden eines Gasentladungsrohres unter schrägem Einfall der Kathodenstrahlen veranlaßte Prof. A. Wehnelt <sup>1)</sup> im Jahre 1922, das Verhalten der sekundären Kathodenstrahlung von Glas unter verschiedensten Auftreffwinkeln der Primärstrahlen zu untersuchen. Hierbei entdeckte er, daß die vom Glas zurückkehrende Elektronenmenge nicht wie bei Metallen mit wachsendem Einfallswinkel stetig zunimmt, sondern bei einem bestimmten Winkel eine plötzliche starke Verminderung zeigt, worauf dann wieder ein normaler Anstieg des Sekundärelektronenstromes erfolgt. Der Einfallswinkel, bei dem diese Erscheinung auftritt, ist um so größer, je höher die Beschleunigungsspannung der primären Kathodenstrahlen ist. Diese von Wehnelt aufgefundene und von einer Reihe seiner Schüler durch Versuche an Glasplättchen und anderen Isolatoren — die alle gleiche Eigenschaften hinsichtlich dieses Effektes zeigen — bestätigte Gesetzmäßigkeit führte Klemperer<sup>2)</sup> zur Aufstellung einer Formel, die den kritischen Winkel  $\varphi$  als Funktion der Primärstrahlspannung  $U$  und eines Potentials  $P$  enthielt:

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{U - P}{U}}.$$

Dieses Potential  $P$ , das sich aus der eben genannten Gleichung als  $P = U \cdot \cos^2 \varphi$  ergibt, denkt man sich im Isolator durch die auftreffenden Kathodenstrahlen entstanden. Das Potential soll diese bei einem Einfallswinkel bestimmter Schräge zurückwerfen, so daß sie nicht auf die Reflektoroberfläche gelangen und dort Sekundärelektronen auslösen können. Durch diese plötzlich einsetzende Ablenkung der primären Kathodenstrahlen wird die überraschende Verminderung des Sekundärelektronenstromes

<sup>1)</sup> A. Wehnelt, *Ergebn. d. exakt. Naturw.* **4**, 92, 1925; *ZS. f. Phys.* **48**, 165, 1928. — <sup>2)</sup> O. Klemperer, *ZS. f. Phys.* **47**, 417, 1928.



erklärt. Je schneller und somit energiereicher die Primärstrahlen sind, bei um so schrägerem Einfall gelingt es dem Potential  $P$  erst, diese vom Reflektor fernzuhalten.

Auf Grund der Meßergebnisse Wehnelts und seiner Schüler glaubte man bisher, daß der betrachtete Effekt nur bei solchen Sekundärelektronen vorhanden sei, die von primären Kathodenstrahlen von mehr als 1300 Volt und weniger als 3000 Volt Erregungsspannung erzeugt werden. Diese Auffassung wurde durch die irrtümliche Annahme Klemperers, daß  $P$  den konstanten Wert von etwa 1300 Volt für alle Primärstrahlgeschwindigkeiten habe, bestärkt und bis jetzt beibehalten. Die neuesten Versuche<sup>1)</sup>, die ich — ebenfalls an Glasplättchen — im vergangenen Jahre unternahm, zeigen jedoch, daß der Schwundeffekt der Sekundärstrahlung von Isolatoren auch unterhalb 1300 Volt und oberhalb 3000 Volt auftritt und auch dort die oben beschriebene Winkelbedingung gut erfüllt. Drei Messungen bei 3600, 3900 und 4200 Volt zeigten die Erscheinung sogar besonders scharf ausgeprägt, was zweifellos auch bei noch höheren Spannungen, die bei den Versuchen nicht zur Verfügung standen, der Fall gewesen wäre. Im Gebiet der niedrigeren Spannungen gelang es dank der empfindlichen Meßanordnung, den Effekt noch bei 700 Volt nachzuweisen; weitere Messungen zwischen 800 und 1300 Volt zeigten ihn mit bei steigender Primärstrahlspannung wachsender Deutlichkeit. Es wurden nacheinander ein Spiegelgalvanometer von  $2,62 \cdot 10^{-11}$  A/Skalenteil und ein Einfadenelektrometer von  $1,67 \cdot 10^{-11}$  A/Skalenteil Empfindlichkeit benutzt. Die Beschreibung der Apparatur, nähere Einzelheiten und Literaturangaben finden sich in der unten angeführten Arbeit.

Jedenfalls scheinen diese Messungen eindeutig zu erweisen, daß der Wehnelt-Effekt der Sekundärelektronenstrahlung von Isolatoren keiner Beschränkung bezüglich der Primärstrahlspannung  $U$  unterliegt, sondern auch außerhalb der bisher vermuteten Grenzen 1300 und 3000 Volt vorhanden ist. Ferner ist auf Grund der Meßergebnisse unzweifelhaft, daß die Größe  $P$  des Oberflächenpotentials am Reflektor für Werte von  $U$  unterhalb 1800 Volt keine Konstante darstellt, vielmehr abhängige Veränderliche von  $U$  ist. In dem beigefügten Kurvenbild ist das Potential  $P$  als Funktion der Primärspannung  $U$  aufgetragen; die Werte sind durch Einsetzen der gemessenen Winkelgrößen  $\varphi$ , bei denen der kennzeichnende Sekundärstromabfall erfolgt, und der zugehörigen Primärstrahlspannungen  $U$  aus der Formel  $P = U \cdot \cos^2 \varphi$  erhalten. Die mit dem Spiegelgalvanometer

<sup>1)</sup> G. Katz, Diss. Berlin (1937), erscheint demnächst.

gewonnenen Meßresultate sind in der Zeichnung durch ein Kreuz, die mit dem Fadenelektrometer erzielten Werte durch einen Kreis angedeutet.

Es sei bemerkt, daß die obige Formel von Klemperer nur dann Gültigkeit haben kann, wenn man annimmt, daß sich in der vom Reflektor

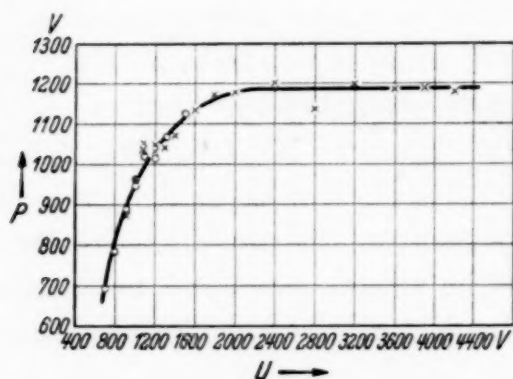


Fig. 1.

kommenden Elektronenstrahlung — zum mindesten nach Überschreiten des kritischen Winkels — ein merklicher Anteil „echt reflektierter“ Kathodenstrahlen befindet; denn nur bei Gegenwart reflektierter Elektronen hat diese Gleichung Sinn. Die von einigen Vorgängern vertretene Meinung, die vom Reflektor kommenden langsamen Kathodenstrahlen seien rein sekundärer Natur, entstammten also dem Isolator und enthielten keine reflektierten Elektronen, ist mit der oben entwickelten Anschauung des Wehnelt-Effektes nicht vereinbar. In meiner Dissertation habe ich den Versuch gemacht, die Existenz langsamer reflektierter Primärelektronen in dem Raum zwischen Reflektor und Aufhänger zu begründen.

Berlin, I. Physikalisches Institut der Universität, im Juli 1937.

## Kristallstruktur und elektrische Eigenschaften. VII.

### Die elektrischen Leitfähigkeitsanisotropien des Wismutkristalls.

Von O. Stierstadt in Berlin.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Juli 1937.)

Die Definition der elektrischen Leitfähigkeitsanisotropie eines Kristallgitters kann im Magnetfeld nicht mehr eindeutig erfolgen, da hier im allgemeinen jede Netzebene bzw. jede Gittergerade ihre „Eigenanisotropie“ besitzt.

#### I. Einleitung.

Es war in Teil IV und V<sup>1)</sup> dieser Arbeiten gezeigt worden, daß die elektrische Leitfähigkeitsfläche des Wismutkristalls bei Anwesenheit eines Magnetfeldes nicht mehr durch eine einzige Fläche schlechthin wiedergegeben werden kann, wie es ohne Magnetfeld der Fall ist. Während im feldfreien Raum die Leitfähigkeitsfläche durch ein Rotationsellipsoid dargestellt wird, erfolgt im Magnetfeld, das unter irgendeinem Winkel auf die Stromrichtung im Kristall wirken möge, im allgemeinen eine Aufspaltung dieser Flächen in eine *unendliche* Anzahl neuer Leitfähigkeitsflächen von oft recht kompliziertem, dem Bau der Gitterelementarzelle nachgebildetem geometrischem Charakter. Die im allgemeinen zweifach unendliche Mannigfaltigkeit dieser Flächentypen kommt dadurch zustande, daß die Richtung des Magnetfeldes nicht nur relativ zum Strom im Kristall, sondern auch relativ zu den Kristallachsen selbst die Leitfähigkeit längs jeder Gitterrichtung mitbestimmt.

Es war schon bei der Besprechung dieser Zusammenhänge darauf hingewiesen worden, daß auch das alte Bild der Anisotropien des Bi-Kristalls bei Anwesenheit eines Magnetfeldes erheblicher Erweiterungen bedarf. Diese Erweiterungen, welche die (elektrische) Anisotropie des Bi-Kristalls eng mit dem Bau seines Gitters verknüpfen — an Stelle der sonst rein schematischen Angaben: parallel oder senkrecht zur Hauptachse — sollen im folgenden besprochen und in einzelnen wichtigen Fällen dargestellt werden.

#### II. Die Anisotropien des Wismutkristalls.

1. *Ohne Magnetfeld.* Im magnetfeldfreien Raum liegt die Sache sehr einfach. Man unterscheidet zwei Hauptleitfähigkeiten des Kristalls: erstens parallel zur Hauptachse und zweitens unter irgendeinem Azimut senkrecht

<sup>1)</sup> O. Stierstadt, ZS. f. Phys. **87**, 687, 1934 (IV); **93**, 676, 1935 (V).

zur Hauptachse. Verschiedene Azimute sind dabei einander vollkommen gleichwertig: in jeder Ebene senkrecht zur Hauptachse ist die Leitfähigkeit des Bi kreissymmetrisch. Das Verhältnis der Leitfähigkeiten oder besser Widerstände in den beiden Hauptrichtungen, *die elektrische Leitfähigkeitsanisotropie des Kristalls*, beträgt an sehr reinen und gut ausgebildeten Bi-Kristallen bei  $T = 0^\circ \text{C}$ :

$$\alpha = w_{||}/w_{\perp} (= P_3/P_1)^1 = 1,27.^2)$$

Zwischen den beiden Grenzwerten für jede Parallel- und Senkrechtlage zur Hauptachse variiert der Widerstand nach dem Voigt-Thomsonschen  $\cos^2$ -Gesetz: für irgendeine Richtung  $\varphi$  gegen die Hauptachse ist:

$$w_{\varphi} = w_{||} \cos^2 \varphi + w_{\perp} \sin^2 \varphi.$$

Damit sind alle möglichen Widerstandswerte des Kristalls im magnetfeldfreien Raum erfaßt.

2. *Longitudinalfeld*. Auch bei longitudinaler Magnetisierung — d. h. wenn Strom und Feld gleichgerichtet sind — liegen die Anisotropieeigenschaften des Kristalls noch verhältnismäßig einfach, obwohl schon hier die Aufspaltung des *einen* Wertes in eine Mehrzahl von Anisotropiewerten, gemäß den Symmetrien des Bi-Gitters, beginnt. Wir wollen gleich hier die in diesem Zusammenhang wichtigste elektrische Eigenschaft des Bi-Kristalls im Magnetfeld behandeln: Senkrecht zur kristallographischen Hauptachse ist die Leitfähigkeit des Kristalls nicht mehr kreissymmetrisch, wie im feldfreien Raum, sondern zeigt eine sechsfache Symmetrie!

Wismut kristallisiert im trigonalen System; seine Hauptachse ist eine dreizählige Drehspiegelachse. In einer senkrecht zur Hauptachse gelegten Ebene erhält man also bei Parallelprojektion eine sechsfache Symmetrie. Eben diese Sechszähligkeit des Gitters zeigt auch die elektrische Leitfähigkeit des Kristalls im Magnetfeld (vgl. z. B. Teil II, Fig. 15; Teil III, Fig. 6).

In der Projektion ist diese Sechszähligkeit im Prinzip die eines hexagonalen Kristalls (Näheres vgl. II, l. c.). Es ist also bei Anwesenheit eines Magnetfeldes nicht mehr gleichgültig, ob man die Leitfähigkeit parallel

<sup>1)</sup> Die Messungen wurden an Bi-Einkristallstäben vorgenommen. Je nach der kristallographischen Orientierung dieser Stäbe unterscheiden wir  $P_1$ - und  $P_3$ -Kristalle (Hauptachse  $\perp$  bzw.  $\parallel$  zur Stabachse; Näheres siehe Teil II, O. Stierstadt, ZS. f. Phys. **85**, 310, 1933). Im folgenden wird außer den Richtungsbezeichnungen  $w_{||}$ ,  $w_{\perp}$  usw. jeweils auch der Kristalltyp ( $P_i^k$ ), an dem die Messungen durchgeführt wurden, in Klammern angegeben, um so den Anschluß an die vorherrschenden Teile I bis VI zu erleichtern. — <sup>2)</sup> Vgl. Landolt-Börnstein und die letzte Bestimmung von E. Donat u. O. Stierstadt, Ann. d. Phys. **17**, 897, 1933.



oder senkrecht zu einer der sechs die Elementarzelle begrenzenden Nebenspaltebenen (vgl. II) mißt. Somit entsteht hier ein ganz neuer Typus von elektrischer Anisotropie im Kristall. Nicht nur parallel und senkrecht zur Hauptachse bzw. Hauptebene liegen zwei Grenzwerte der Leitfähigkeit, sondern auch parallel und senkrecht zu den die Elementarzelle begrenzenden Nebenebenen (am Bi Nebenspaltebenen) liegen zwei solcher Grenzwerte. Beide sind senkrecht zur Hauptachse gemessen, gehören also zu dem Symbol  $w_{\perp}(P_1)$ ; wir wollen sie im folgenden durch einen zusätzlichen Index, welcher die Winkel  $0^\circ$  und  $90^\circ$  gegen die Spuren der Nebenspaltebenen angibt, charakterisieren:  $w_{\perp}^0(P_1^0)$  und  $w_{\perp}^{90}(P_1^{\perp})$ .

Die Anisotropie:

$$\alpha = w_{\perp}^{90}/w_{\perp}^0 (= P_1^{\perp}/P_1^0)$$

ist in Fig. 1 als Funktion der dem Strom im Kristall gleichgerichteten magnetischen Feldstärke  $H$  (AW/cm) gemessen. Im Fall  $H = 0$  besteht, wegen der obenerwähnten Kreissymmetrie, diese Anisotropie noch gar nicht. Hier ist  $\alpha$ , das Verhältnis der beiden Widerstände, gleich 1. (Von

einer Anisotropie spricht man sinngemäß erst dann, wenn  $\alpha \neq 1$  wird.) Mit wachsendem Felde wächst  $\alpha$  zunächst langsam und schließlich sehr stark an. Bei einer Feldstärke von  $H = 5000$  AW/cm ist der Widerstand parallel zu einer Nebenspaltebene ( $w_{\perp}^0, P_1^0$ ) bereits um etwa 10% hinter dem in der Richtung senkrecht dazu gemessenen ( $w_{\perp}^{90}, P_1^{\perp}$ ) zurückgeblieben. Mit  $H \rightarrow 0$  geht die Neigung dieser Kurve für  $\alpha$  sehr schnell gegen Null. Bei geringen Magnetfeldstärken ist also die Differenz dieser beiden Leitfähigkeitswerte recht klein, man wird diesen Typus von elektrischer Anisotropie leicht übersehen können. Er kann aber, wie Fig. 1 zeigt, mit wachsendem Magnetfeld recht beträchtliche Werte annehmen, welche denen der gewöhnlichen Bi-Anisotropie ( $w_{||}/w_{\perp} = P_3/P_1 = 1,27$ ) größenordnungsmäßig nicht nachstehen.

Nächst diesen, im magnetfeldfreien Raum nicht vorhandenen Anisotropieeigenschaften des Kristalls ist hier aber das Verhalten seiner üblichen elektrischen Leitfähigkeitsanisotropie von Interesse,  $w_{||}/w_{\perp} (P_3/P_1)$  im Longitudinalfeld. Wir wissen (vgl. III), daß ein solches Feld die Widerstände

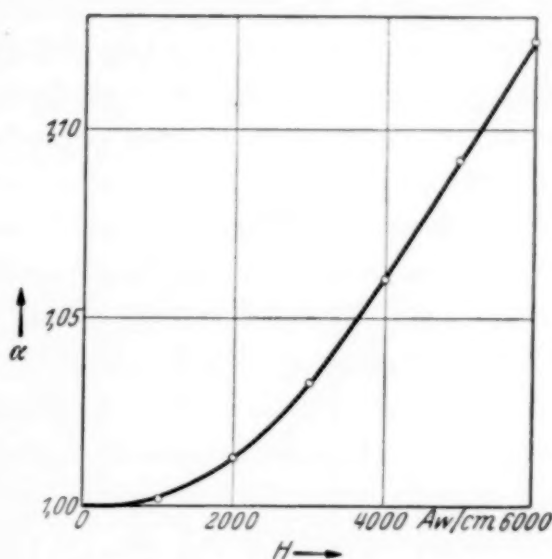


Fig. 1. Elektrische Anisotropie senkrecht zur Hauptachse des Kristalls; Längsfeld.

des Kristalls in allen Richtungen erhöht. Dabei ist von vornherein nicht zu erwarten, daß diese Widerstandserhöhungen für irgendzwei Richtungen wie etwa  $w_{||}(P_3)$  und  $w_{\perp}(P_1)$ , von gleichem prozentualen Betrage sein werden. Also wird auch die Anisotropie im Magnetfeld eine andere sein als ohne Feld und wird im allgemeinen auch mit dem Felde variieren.

Auf Grund der Ergebnisse von Fig. 1 können wir aber schon jetzt sagen, daß die übliche Definition der Anisotropie des Kristalls,  $w_{||}/w_{\perp}(P_3/P_1)$ , im Magnetfeld etwas völlig Undefiniertes wird, weil ja  $w_{\perp}(P_1)$  selbst durch das Feld in die zwischen den beiden Grenzwerten  $w_{\perp}^0(P_1^0)$  und  $w_{\perp}^{90}(P_1^{\perp})$  liegende Wertereihe aufgespalten wird. Wenn wir also die übliche Definition — Widerstand parallel : Widerstand senkrecht

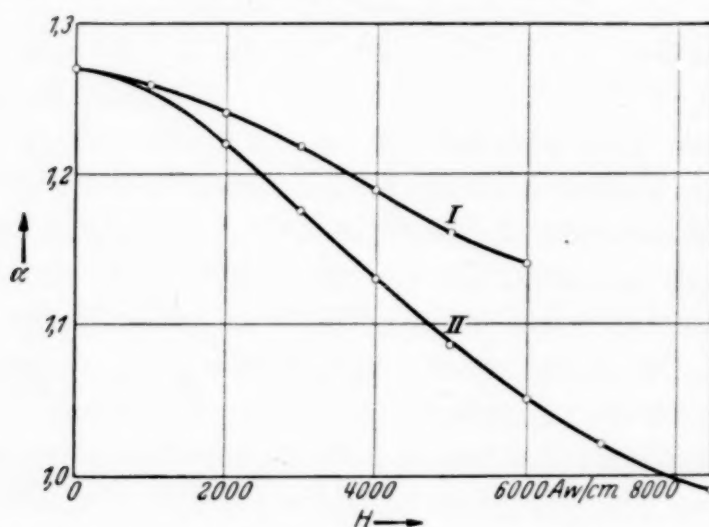


Fig. 2. Aufspaltung der normalen Bi-Anisotropie ( $w_{||}/w_{\perp}$ ) im Längsfeld.

zur Hauptachse — im Prinzip beibehalten wollen, so müssen wir hier zum mindesten sinngemäß unterscheiden und die beiden Anisotropien:  $w_{||}/w_{\perp}^0(P_3/P_1^0)$  und  $w_{||}/w_{\perp}^{90}(P_3/P_1^{\perp})$  der Diskussion zugrunde legen, da sich zwischen ihnen alle übrigen Anisotropiewerte  $w_{||}/w_{\perp}(P_3/P_1)$  bewegen. Hier zerfällt also schon der normale Anisotropiewert des Bi im Magnetfeld in eine unendliche Wertefolge zwischen den beiden obigen Grenzwerten.

Fig. 2 zeigt das Verhalten dieser beiden Bi-Anisotropien im longitudinalen Magnetfeld. Beide beginnen bei  $H = 0$  naturgemäß mit dem gemeinsamen Wert 1,27, da hier die Aufspaltung noch nicht vorhanden ist. Mit wachsendem Felde aber trennen sie sich sehr bald, und zwar bewirkt das Magnetfeld in beiden Fällen eine *Verkleinerung der Anisotropie*. Wohl steigen durch das Magnetfeld die Widerstände in allen Richtungen, aber diese Steigerung ist in der  $w_{||}(P_3)$ -Richtung weniger stark als in den  $w_{\perp}(P_1)$ -Richtungen. Da die  $w_{||}(P_3)$ -Richtung ursprünglich den größten

Widerstand besitzt, so nähern sich also im longitudinalen Magnetfeld die verschiedenen Widerstandswerte des Kristalls einander, d. h. seine Anisotropie wird kleiner, er wird elektrisch gewissermaßen isotroper. Das zeigen die beiden Kurven der Fig. 2. Es gilt Kurve I für die Anisotropie  $w_{||}/w_{\perp}^{90}$  ( $P_3/P_1^{\perp}$ ), Kurve II für  $w_{||}/w_{\perp}^0$  ( $P_3/P_1^0$ ). Offenbar kommt die Kurve I frühzeitig zu einer Art Sättigung und erreicht nicht den Wert  $\alpha = 1$ . Anders die Anisotropie in der  $w_{||}/w_{\perp}^0$ -( $P_3/P_1^0$ )-Ebene. Bei einer Feldstärke  $H$  von annähernd 8000 AW/cm verschwindet hier nicht nur die Anisotropie parallel und senkrecht zur Hauptachse vollkommen, sondern es kehrt sich bei weiterer Feldsteigerung das Widerstandsverhältnis sogar um, indem jetzt die Widerstände senkrecht zur Hauptachse größer werden als parallel dazu.

Ein analoger, wenn auch physikalisch ganz anderer Effekt ist bisher nur im magnetischen Verhalten des Bi festgestellt worden. Goetz und Focke<sup>1)</sup> fanden, daß bei geeigneten Fremdmetallzusätzen zum Bi-Gitter und bei hinreichend tiefen Temperaturen die diamagnetische Suszeptibilität des Bi in einer bestimmten Gitterrichtung verschwinden und einem paramagnetischen Verhalten Platz machen kann. Dabei durchläuft die *magnetische* Anisotropie den Wert Unendlich.

Aus der Tatsache, daß in unserem Fall die elektrische Leitfähigkeitsanisotropie des Bi bei geeigneten Feldstärken parallel und senkrecht zur Hauptachse gleich Null werden kann, darf man nun nicht etwa den Schluß ziehen, daß für diese Ebene die Leitfähigkeit auch kreissymmetrisch wäre, also die Anisotropie für irgendzwei beliebige Richtungen der  $w_{||}/w_{\perp}^0$  ( $P_3/P_1^0$ )-Ebene gleich Null wäre.

Es geht vielmehr schon aus Teil I bis III dieser Arbeiten<sup>2)</sup> hervor und ist in IV<sup>2)</sup> ausführlich besprochen worden, daß im Magnetfeld im allgemeinen die Richtungen parallel und senkrecht zur Hauptachse nicht Richtungen von Extremwerten der elektrischen Leitfähigkeit zu bleiben brauchen, sondern daß solche ausgezeichneten Richtungen gelegentlich auch durch andere Gittergeraden im Kristall mitbestimmt sein können. Das trifft in unserem Fall tatsächlich zu. Die Extremwerte der Leitfähigkeit liegen hier nicht mehr parallel und senkrecht zur Hauptachse, sondern sind durch die Nebenspaltebenen des Bi-Gitters beide im gleichen Sinn um 19 bis 20° verschoben (Näheres vgl. IV, l. c.). Der Beobachtung übereinstimmender Leitfähigkeitswerte parallel und senkrecht zur Hauptachse kommt also in diesem Sinne keine weitere physikalische Bedeutung zu als daß sie lediglich

<sup>1)</sup> A. Goetz u. A. B. Focke, Phys. Rev. 1932. — <sup>2)</sup> O. Stierstadt, I. ZS. f. Phys. **80**, 636, 1933; II. **85**, 310, 1933; III. **85**, 697, 1933; IV. **87**, 687, 1934.

eine Bestätigung der Tatsache ist, daß man vom Schwerpunkt einer jeden geschlossenen Kurve aus immer mindestens zwei Radiivektoren gleicher Länge finden kann und daß hier für einen bestimmten  $H$ -Wert diese beiden senkrecht aufeinanderstehen.

Wir haben also schon im Longitudinalfeld zwei neue Erscheinungen am elektrischen Anisotropieverhalten des Bi kennengelernt:

1. Einen neuen Typus von elektrischer Anisotropie, nämlich die elektrische Ungleichwertigkeit der verschiedenen Gitterrichtungen senkrecht zur kristallographischen Hauptachse, und als Folge hiervon

2. die Aufspaltung der gewöhnlichen Bi-Anisotropie,  $w_{||}/w_{\perp} (P_3/P_1)$ , in die beiden Untergruppen  $w_{||}/w_{\perp}^0 (P_3/P_1^0)$  und  $w_{||}/w_{\perp}^{90} (P_3/P_1^{\perp})$ .

Damit ist bereits der übliche Anisotropiebegriff, der im feldfreien Raume einen Metallkristall elektrisch definieren kann, für den allgemeinen Fall als zu eng erwiesen, so daß er erheblicher Erweiterungen bedarf. Wir werden bei der Betrachtung der Transversalfelder sehen, daß diese Erweiterungen noch wesentlich ausgedehnter sein müssen als sie das Longitudinalfeld erforderte.

3. *Transversalfelder.* Bei transversaler Magnetisierungsrichtung zum Strom wollen wir zunächst wieder die vom Longitudinalfeld her bekannten drei Hauptrichtungen der elektrischen Leitfähigkeit betrachten, nämlich die Richtungen  $w_{||} (P_3)$ ,  $w_{\perp}^0 (P_1^0)$  und  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ , da dieselben auch beim Transversalfeld ausgezeichnet bleiben. Zu Beginn aber haben wir auch hier wieder auf eine ganz neuartige Erscheinung aufmerksam zu machen, die uns bei Längsmagnetisierung noch nicht entgegentrat.

Magnetisiert man einen Kristall in Richtung eines ihn gleichzeitig durchfließenden Stromes, so ist es offenbar für die elektrische Leitfähigkeit gleichgültig, ob das Magnetfeld parallel oder antiparallel zur Stromrichtung steht. In beiden Fällen sind die Kristallsymmetrien in bezug auf Strom- und Magnetfeldrichtung die gleichen — es sei denn, daß das Gitter eine ausgesprochene Schraubenstruktur besitzt, so daß die im Magnetfeld schraubenförmig modifizierten Elektronenbahnen einmal *im* Sinne, das andere Mal *im entgegengesetzten* Sinne zur Gitterschraubung lägen; bei metallischen Elementen kommt aber dieser Fall nicht in Frage. Für das Longitudinalfeld also stehen die beiden möglichen Magnetisierungsrichtungen gleichberechtigt nebeneinander.

Nicht so für das Transversalfeld. Erstens gibt es hier nicht nur zwei Magnetisierungsrichtungen, welche senkrecht stehen können zu einer be-



stimmten Stromrichtung im Gitter, sondern unendlich viele, alle Richtungen in der senkrecht zum Strom gelegten Netzebene. Zweitens verlaufen diese möglichen Magnetisierungsrichtungen nicht alle übereinstimmend zu den Symmetrien des Gitters; es wird z. B. eine Richtung parallel, eine andere senkrecht zu bestimmten, für Gitterbau und Leitfähigkeit charakteristischen Netzebenen liegen können. Daher können wir nicht ohne weiteres, wie beim Longitudinalfeld, analog von *einem* Transversalfeld reden, sondern müssen in jedem Fall noch das Azimut des Transversalfeldes in bezug auf die Stromrichtung angeben, um so seine Lage im Gitter festzulegen.

Mit dieser letzten Erweiterung kompliziert sich eigentlich das Bild der Leitfähigkeitsverteilung im Kristall und damit das seiner Anisotropien bis zur Unübersichtlichkeit; wir haben eine vielfach unendliche Folge von Anisotropiemöglichkeiten. Aber diese *möglichen* Anisotropien zerfallen wieder in eine endliche Anzahl charakteristischer Gruppen<sup>1)</sup>, welche ihrerseits durch spezielle Lagen von Strom und Magnetfeld im Gitter des Kristalls bestimmt sind. Diese wichtigsten Anisotropiegruppen bei transversalem Magnetfeld sollen im folgenden kurz besprochen werden.

Zunächst besitzt also jede Gittergerade gewissermaßen eine elektrische „Eigenanisotropie“, gemäß dem Azimut, unter dem das Magnetfeld auf den Strom einwirkt. Am deutlichsten können wir dieses Verhalten an der Hauptachse (111) des Kristalls selbst beobachten ( $w_{11}$ - bzw.  $P_3$ -Richtung). Je nachdem das Magnetfeld in der  $w_{\perp}^{90}-(P_1^{\perp})$ -Richtung oder in der  $w_{\perp}^0-(P_1^0)$ -Richtung auf den Strom einwirkt — beidemal unter  $90^\circ$ ! —, finden wir ein Maximum oder ein Minimum des Leitungswiderstandes für die Hauptachse, zwischen denen alle Widerstände für andere Azimute des Magnetfeldes sich bewegen. So können wir eine „elektrische Eigenanisotropie einer Gittergeraden im Magnetfeld“ definieren, welche einerseits eine bestimmte Feldrichtungsabhängigkeit besitzt und andererseits auch eine Funktion der Feldstärke ist. Die Richtungsabhängigkeit ist bereits in Teil IV und V<sup>2)</sup> bei der Diskussion der elektrischen Leitfähigkeitsflächen des Wismutkristalls besprochen worden. Vom Verhalten der Feldstärkeabhängigkeit dieser „Eigenanisotropie“ der Hauptachse gibt Fig. 3 ein Bild. Auf der Abszisse ist die Feldstärke  $H$  in AW/cm aufgetragen, auf der Ordinate das Verhältnis der Widerstände  $w_{11}(P_3)$ , wenn die Richtung des Magnetfeldes im Zähler  $w_{\perp}^{90}(P_1^{\perp})$ , im Nenner  $w_{\perp}^0(P_1^0)$  ist. Wir wollen dieses Verhältnis schematisch mit

$$\alpha = w_{11}^{90}/w_{11}^0 (P_3^{90}/P_3^0)$$

<sup>1)</sup> Das ist in Teil VI dieser Arbeiten nachgewiesen: O. Stierstadt ZS. f. Phys. **95**, 355, 1935. — <sup>2)</sup> O. Stierstadt, ZS. f. Phys., l. c.

bezeichnen. Im feldfreien Raume ist dieses Verhältnis gleich eins, die Eigenanisotropie gleich Null, d. h. wir können hier die elektrische Leitfähigkeit dieser Gitterrichtung durch Angabe einer einzigen Zahl charakterisieren. Im Magnetfeld ist das nicht mehr möglich, da hier die Eigenanisotropie von Null verschieden wird. Und zwar steigt sie zu erheblichen Beträgen an, hat bei  $H = 10000 \text{ AW/cm}$  schon annähernd 10% erreicht und bei  $20000 \text{ AW/cm}$  bereits 20% überschritten<sup>1)</sup>.

In dem Auftreten dieser Eigenanisotropien beruht im Grunde genommen die ganze, hier zu behandelnde unendliche Vielfältigkeit des Anisotropieverhaltens im Magnetfeld.

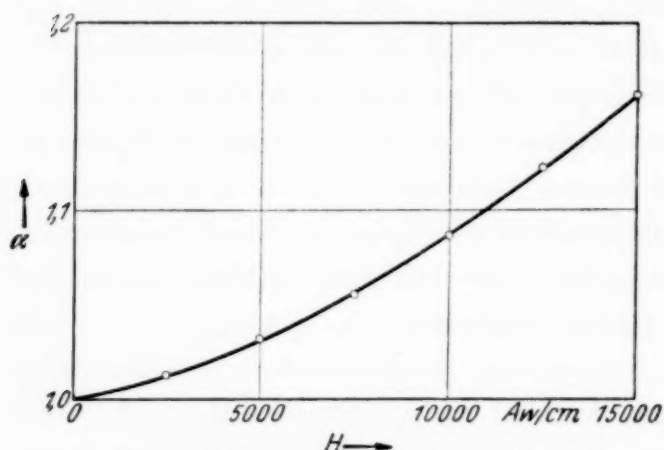


Fig. 3. Elektrische „Eigenanisotropie“ der Hauptachse des Kristalls; Quersfeld.

anderer Gitterrichtung ( $w_{\perp}^{90}, P_1^{\perp}$ ). Schon daraus folgt, daß senkrecht zur Hauptachse eine Anisotropie ( $w_{\perp}^{90}/w_{\perp}^0, P_1^{\perp}/P_1^{\parallel}$ ) und keine Kreissymmetrie mehr bestehen kann.

Wir haben also bei der endgültigen Anisotropiebestimmung der  $w_{\parallel}/w_{\perp} (P_3/P_1)$ -Werte zwischen  $w_{\parallel}^0 (P_3^0)$  und  $w_{\parallel}^{90} (P_3^{90})$  zu unterscheiden, ebenso wie zwischen den  $w_{\perp}^0 (P_1^{\parallel})$ - und  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Werten, zu deren Trennung schon das Längsfeld Veranlassung gab. So wie dort ist auch im Transversal-

<sup>1)</sup> Ebenso wie die  $w_{\parallel} (P_3)$ -Richtung haben natürlich auch die beiden hier wichtigen  $w_{\perp} (P_1)$ -Richtungen ihre Eigenanisotropien. Doch ist deren Behandlung sehr viel verwickelter. Man findet hier nämlich nicht mehr, wie bei der  $w_{\parallel} (P_3)$ -Richtung, für ein bestimmtes Azimut des Magnetfeldes den einen Grenzwert der Leitfähigkeit, für ein anderes Azimut den anderen Grenzwert, so daß man nun durch Verhältnisbildung dieser beiden Grenzwerte die Eigenanisotropie der Gitterrichtung als Funktion der Feldstärke studieren könnte, sondern: für diese Gitterrichtungen liegen der obere und untere Grenzwert der Leitfähigkeit mit wachsendem Magnetfeld bei verschiedenen Azimuten, weil mit variabler Feldstärke auch der Netzebenentypus, welcher in seiner Stellung zum Magnetfeld für den Leitfähigkeitswert ausschlaggebend ist, wechselt. Zur Behandlung dieser Erscheinungen kann hier nur auf Teil II der Arbeiten verwiesen werden (l. c.), der diese neuen Beziehungen schon im Prinzip enthält.

verhaltens im Magnetfeld. Denn auch das Verschwinden der Kreissymmetrie senkrecht zur Hauptachse des Kristalls ist daraus zu erklären, nämlich auf Grund der ganz allgemein gültigen Annahme, daß der Eigenanisotropiegrad in einer Gitterrichtung ( $w_{\perp}^0, P_1^{\parallel}$ ) nicht der gleiche sein wird wie der in einer

feld die kreissymmetrische Leitfähigkeitsverteilung um die kristallographische Hauptachse aufgehoben, d. h. es wird  $w_{\perp}^{90}/w_{\perp}^0 (P_1^{\perp}/P_1^{\parallel}) \neq 1$  für  $H \neq 0$ . Fig. 4 zeigt diese senkrecht zur Hauptachse bestehende Anisotropie, wobei das senkrecht zur jeweiligen Stromrichtung wirkende Magnetfeld in beiden Fällen auch senkrecht zur Hauptachse verläuft, und zwar beim  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Fall in der  $w_{\perp}^0 (P_1^{\parallel})$ -Richtung und umgekehrt beim  $w_{\perp}^0 (P_1^{\parallel})$ -Fall in der  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Richtung. [Der andere Grenzfall, in dem das Magnetfeld senkrecht zum

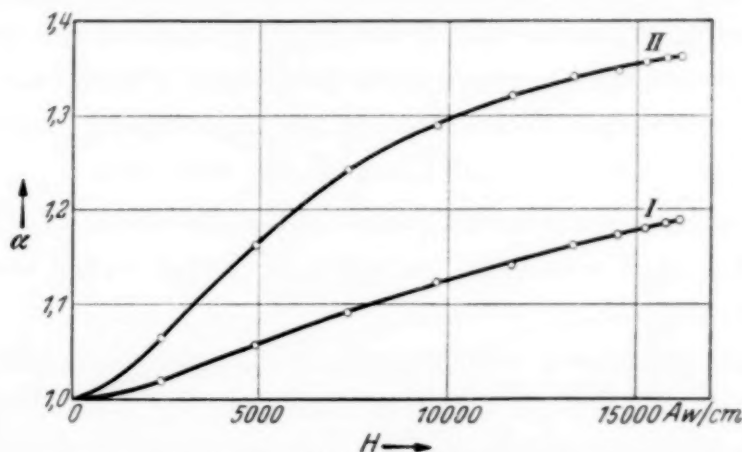


Fig. 4. Elektrische Anisotropien senkrecht zur Hauptachse des Kristalls; Quersfeld.

Strom und dabei für beide Fälle gemeinsam parallel zur Hauptachse des Kristalls verläuft, soll hier nicht behandelt werden, da er gegenüber dem hier besprochenen nichts Neues bringt und durch das Hinzutreten der Eigenanisotropien der  $w_{\perp}^0 (P_1^{\parallel})$ - und  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Richtungen lediglich die Übersichtlichkeit erschwert; vgl. die vorhergehende Fußnote.]. Kurve I in Fig. 4 stellt diesen Anisotropiefall:

$$\alpha = w_{\perp}^{90}/w_{\perp}^0 (P_1^{\perp}/P_1^{\parallel}) = f(H) \text{ für } H \perp (111)$$

dar. Ohne Magnetfeld ist diese Anisotropie = 0, die Leitfähigkeit kreissymmetrisch; mit Feld dagegen ist eine Anisotropie vorhanden und steigt bei wachsendem Felde mit geringer, aber deutlicher Abweichung von der Geradlinigkeit an. Sie ist bei gleicher äußerer Feldstärke wesentlich geringer als die entsprechende Anisotropie im Longitudinalfall (vgl. Fig. 1). Andererseits stellt sie aber auch noch nicht den größten Wert der Anisotropie senkrecht zur Hauptachse dar. Wegen der Eigenanisotropie einer jeden Gittergeraden können wir auch hier noch andere Azimute des Magnetfeldes finden, für welche sich größere Anisotropiewerte ergeben. So erhalten wir z. B. den größten Anisotropiewert dann, wenn wir das Feld relativ zur  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Richtung in seiner bisherigen Stellung lassen, relativ zur  $w_{\perp}^0 (P_1^{\parallel})$ -Richtung hingegen sein Azimut um  $60^\circ$  (bzw.  $120^\circ$ , Näheres vgl. in II, l. c.) gegen die

bisherige Stellung drehen. Diese, für die hier betrachteten Feldstärken bestehende Maximalanisotropie senkrecht zur Kristallhauptachse ist in Kurve II der Fig. 4 als Funktion des Feldes gezeichnet. Sie ist erheblich stärker (annähernd 100 % stärker) als die entsprechende Anisotropie im Längsfeld, und scheint bei etwa 40 % zu einer Sättigung zu kommen, welche offenbar den Grenzwert der Anisotropien senkrecht zur Hauptachse im Bi-Gitter überhaupt darstellt.

Nach diesen Vorbereitungen, nämlich der Feststellung: 1. der Eigenanisotropie der Gittergeraden und 2. der im Magnetfeld einem Anisotropiezustande gewichenen Kreissymmetrie des Bi-Gitters, können wir jetzt das übliche Anisotropieverhalten des Kristalls bei transversaler Magnetisierung in verhältnismäßig einfacher und klarer Weise übersehen.

Wir haben die verschiedenen Möglichkeiten der  $w_{||}/w_{\perp}$  ( $P_3/P_1$ )-Werte und ihre Abhängigkeit vom Felde zu verfolgen. Dabei wollen wir zunächst folgendes festsetzen:

Wir wählen irgendzwei von den vier charakteristischen  $w$ -Richtungen ( $w_{||}^0, w_{||}^{90}, w_{\perp}^0, w_{\perp}^{90}; P_3^0, P_3^{90}, P_1^0, P_1^{90}$ ), z. B.  $w_{||}^{90}/w_{\perp}^0$  ( $P_3^{90}/P_1^0$ ). Diese beiden Richtungen legen eine bestimmte Netzebene im Kristallgitter fest. Unser senkrecht zu jeder Stromrichtung anzulegendes Magnetfeld soll nun so gerichtet sein, daß es immer auch senkrecht zu der durch die beiden Ströme ausgezeichneten Netzebene steht, also für je zwei zu vergleichende Stromrichtungen (parallel und senkrecht zur Hauptachse) seine Lage im Gitter nicht ändert. Wir erhalten dann durch geeignete Kombination der oben angegebenen vier  $w$ -Werte — indem wir jeden Zähler ( $w_{||}, P_3$ ) mit jedem Nenner ( $w_{\perp}, P_1$ ) kombinieren — insgesamt vier verschiedene Anisotropiefälle:

$$\begin{aligned} \text{I. } w_{||}^{90}/w_{\perp}^0 (P_3^{90}/P_1^0); & \quad \text{II. } w_{||}^0/w_{\perp}^{90} (P_3^0/P_1^{90}); \\ \text{III. } w_{||}^0/w_{\perp}^0 (P_3^0/P_1^0); & \quad \text{IV. } w_{||}^{90}/w_{\perp}^{90} (P_3^{90}/P_1^{90}). \end{aligned}$$

Diese vier Fälle sind in den Kurven I bis IV der Fig. 5 als Funktion des Feldes dargestellt. Sie beginnen alle mit dem gemeinsamen Anisotropiewert des Bi für den feldfreien Raum:  $\alpha = 1,27$ . Aber im Gegensatz zu dem Einfluß, den das Longitudinalfeld ausübt, indem es die Anisotropien generell verkleinert (vgl. Fig. 2), die Leitfähigkeitswerte in den verschiedenen Kristallrichtungen also einander mehr und mehr nähert und so den Kristall gewissermaßen elektrisch immer isotroper macht, hat das Transversalfeld gerade den gegenteiligen Einfluß. Die Kurven I, III und IV zeigen, daß die Anisotropie unter dem Einfluß des Magnetfeldes noch erheblich steigen kann. So beträgt im Falle I der Leitfähigkeitsunterschied parallel und senkrecht



zur Hauptachse in einem Feld von 15000 AW/cm bereits 63%, ist also gegenüber dem feldfreien Fall (27%) um 133% gestiegen! In diesem, wie auch in den beiden anderen Fällen III und IV scheint mit wachsendem Felde schließlich eine Sättigungserscheinung einzutreten. (Ob auch ein Wiederabsinken stattfindet, kann aus den Kurven der Fig. 5 noch nicht entschieden werden; vgl. jedoch Fig. 6).

Generell ändert das Querfeld die Leitfähigkeitsverhältnisse in anderem Sinne als das Längsfeld. Es vergrößert die Anisotropien, entfernt somit die

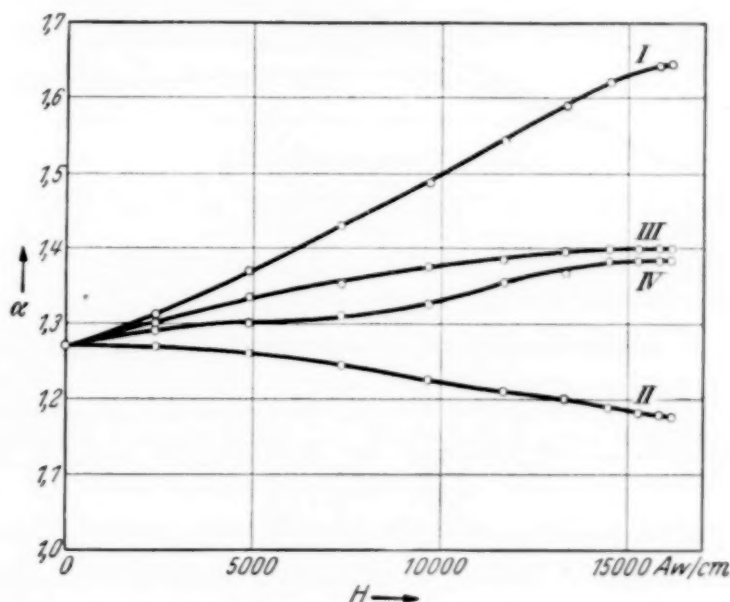


Fig. 5. Aufspaltung der Bi-Anisotropie ( $w_{||}/w_{\perp}$ ) im Querfeld (I).

Leitfähigkeiten in den verschiedenen Kristallrichtungen mehr und mehr voneinander und so auch den Kristall von einem elektrischen Isotropiezustande immer mehr.

Diese Vergrößerung der Anisotropie kann nun aber infolge der starken Eigenanisotropie gewisser Richtungen im Kristall das in Fig. 5 dargestellte Maß noch erheblich überschreiten. Wir hatten der Einfachheit halber zunächst festgesetzt, daß das transversale Magnetfeld für beide Stromrichtungen die gleiche Lage im Kristallgitter beibehalten sollte. Diese Einschränkung lassen wir jetzt fallen.  $w_{||}^0 (P_3^0)$  und  $w_{||}^{90} (P_3^{90})$  bilden wieder als die beiden Grenzwerte der Eigenanisotropie der Hauptachse das eine Richtungspaar. Für das andere Paar ( $w_{\perp}^0$  und  $w_{\perp}^{90}$ ,  $P_1^0$  und  $P_1^{\perp}$ ) wählen wir jetzt die Azimute der Magnetisierungsrichtungen so, daß wir die jeweiligen Minimalwerte des Widerstandes längs dieser Gittergeraden erfassen. Für den  $w_{\perp}^0 (P_1^0)$ -Fall fanden wir schon oben (Fig. 4, Kurve II), daß dieses neue Azimut unter  $60^\circ$  gegen das ursprüngliche verschoben ist, also mit der Haupt-

achse nur noch einen Winkel von  $30^\circ$  einschließt. Wir wollen diese  $60^\circ$ -Drehung gegen die Normallage folgendermaßen zum Ausdruck bringen:

$$[w_{\perp}^0]_{60}, [P_1^{\parallel}]_{60}.$$

Für den anderen Fall der  $w_{\perp}^{90} (P_1^{\perp})$ -Richtung finden wir aus Teil II (l. c.), daß das gesuchte neue Azimut des Feldes um  $90^\circ$  gegen das ursprüngliche

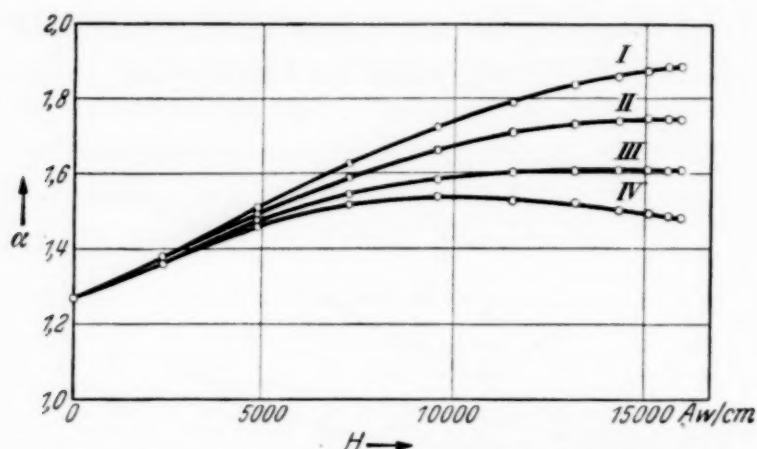


Fig. 6. Aufspaltung der Bi-Anisotropie ( $w_{\parallel} w_{\perp}$ ) im Quersfeld (II).

zu drehen ist, daß also das gegen den Strom senkrechte Magnetfeld zum Erreichen des Widerstandsminimums der Hauptachse parallel laufen muß:

$$[w_{\perp}^{90}], [P_1^{\perp}]_{90}.$$

Mit diesen neuen  $w$ -Werten erhalten wir nochmals vier verschiedene Kristallanisotropien, unter denen nun aber die größten sich befinden, welche bei den hier betrachteten Feldstärken am Bi überhaupt vorkommen:

$$\begin{aligned} \text{I. } w_{\parallel}^{90}/[w_{\perp}^0]_{60} (P_3^{90}/[P_1^{\parallel}]_{60}), \quad \text{II. } w_{\parallel}^{90}/[w_{\perp}^{90}]_{90} (P_3^{90}/[P_1^{\perp}]_{90}), \\ \text{III. } w_{\parallel}^0/[w_{\perp}^0]_{60} (P_3^{60}/[P_1^{\parallel}]_{60}), \quad \text{IV. } w_{\parallel}^0/[w_{\perp}^{90}]_{90} (P_3^{60}/[P_1^{\perp}]_{90}). \end{aligned}$$

Diese Anisotropien sind in Fig. 6 dargestellt. Der gemeinsame Anfangswert ist wieder  $\alpha = 1,27$ . Von hier steigen aber jetzt die Anisotropien mit dem Felde außerordentlich stark an. Selbst die schwächste unter ihnen (Kurve IV) erreicht an der Stelle ihres Maximums bei etwa 10000 AW/cm noch eine 100%ige Steigerung der Anisotropie gegenüber dem magnetfeldfreien Kristall. Kurve I, deren Strom- und Feldrichtungen die höchsterreichbare Anisotropie des Bi-Gitters charakterisieren, besitzt sogar bei  $H = 16000$  AW/cm einen Anisotropiegrad von fast 90%, d. h. das Magnetfeld hat die Anisotropie des Kristalls um mehr als 200% gesteigert! Auch bei den Kurven II und III liegt diese Steigerung noch weit über 100%. Trotzdem lassen die Kurven erkennen, daß dieses Anwachsen mit dem Felde nicht unbegrenzt weitergeht, sondern schließlich zu einer Sättigung gelangt.

Das würde bedeuten, daß die Leitfähigkeiten für die beiden in Frage kommenden Gitterrichtungen sich mit wachsendem Feld entweder gar nicht mehr oder prozentual in gleichem Maße ändern.

Kurve IV zeigt sogar, daß mit wachsendem Felde die Anisotropie auch wieder fallen kann, daß also der Einfluß des Feldes auf die Leitfähigkeit gewisser Gitterrichtungen bei der *einen* Gitterrichtung in einem bestimmten Feldstärkenbereich, bei einer *anderen* Gitterrichtung in einem *anderen* Feldstärkenbereich überwiegen kann. So lassen sich aus dem Anisotropieverhalten eines Kristallgitters gewisse Eigentümlichkeiten seines elektrischen Verhaltens erkennen, welche in dem direkten Leitfähigkeitsbild nicht unmittelbar zum Ausdruck kommen.

### III. Zusammenfassung.

1. Im Magnetfeld ist die Definition einer Kristallanisotropie der elektrischen Leitfähigkeit durch *eine* Verhältniszahl schlechthin nicht mehr sinnvoll, weil durch das Feld eine große Anzahl neuer, *charakteristischer* Anisotropien des Gitters hervorgerufen wird (vgl. Teil VI).

2. Das elektrisch kreissymmetrische Verhalten senkrecht zur Hauptachse des Gitters verschwindet im Magnetfeld ganz allgemein und macht einer, der Kristallsymmetrie angepaßten elektrischen Sechszähligkeit Platz. Die Anisotropie derselben ist von der gleichen Größenordnung wie die übliche Bi-Anisotropie.

3. Jede Gitterrichtung besitzt generell eine „elektrische Eigenanisotropie“ für verschiedene Azimute und für verschiedene Winkel, unter denen die jeweilige Magnetfeldrichtung gegen den Strom steht. Darauf beruht im Grunde genommen die ganze, zweifach unendliche Aufspaltung des Anisotropiebildes im Magnetfeld. Auch diese Eigenanisotropie bleibt größenordnungsmäßig in den Grenzen der normalen, magnetfeldfreien Anisotropie des Bi-Gitters.

4. Das Longitudinalfeld bewirkt eine Verkleinerung des elektrischen Leitfähigkeitsverhältnisses parallel und senkrecht zur Hauptachse, das Transversalfeld im allgemeinen eine Vergrößerung. Dabei beträgt der höchste am Bi beobachtete Anisotropiegrad 90%, das ist eine mehr als 200%ige Steigerung des magnetfeldfreien Anisotropiewertes des Bi-Gitters.

Berlin, I. Physikalisches Institut der Universität.

---

## Anschauliches zur Relativitätstheorie. II.

### Raumzeitmessungen in Gravitationsfeldern.

Von Jan von Weyssenhoff in Krakau.

(Eingegangen am 18. Mai 1937.)

Es werden die Grundvoraussetzungen der Raumzeitmessungen in Gravitationsfeldern mittels Maßstäben und Chronometern besprochen und es wird gezeigt, daß — entgegen einer sehr verbreiteten Meinung — eine „Starrheit“ der Maßstäbe dabei nicht vorausgesetzt zu werden braucht und daß eine beliebig bewegte Uhr ihre „Eigenzeit“ im allgemeinen nicht anzeigt. Die elastischen Eigenschaften der Materialien, aus denen die Maßstäbe und Uhren hergestellt sind, spielen erst eine Rolle bei den „Messungen zweiter Art“ mittels im Gravitationsfeld ruhender Meßgeräte. — Gelegentlich wird auch eine Definitionsmöglichkeit des Gravitationsfeldes in Unterscheidung zum metrischen Feld erwähnt und die Bedingung der „Wirbellosigkeit“ eines Gravitationsfeldes angegeben.

I. Im ersten Teil<sup>1)</sup> habe ich die Rolle der linearen (im allgemeinen also nichtgalileischen) Koordinaten und die physikalische Bedeutung der einzelnen  $g_{ik}$ -Koeffizienten in der speziellen Relativitätstheorie (Rth.) vom Standpunkte eines anschaulich denkenden Physikers besprochen. Das geschah hauptsächlich, um die anschauliche Erfassung des Zusammenhanges der speziellen mit der allgemeinen Rth. zu erleichtern, da der einfachste Übergang von allgemeinen zu lokalgeodätischen Raumzeitkoordinaten (RZ.-Koordinaten) unmittelbar zu (angenähert) linearen Koordinaten und nicht direkt zu (angenähert) Galileischen Koordinaten führt.

In der vorliegenden Abhandlung sollen hauptsächlich solche Umstände besprochen werden, welche die Raumzeitmessungen (RZ.-Messungen) in Gravitationsfeldern von denjenigen in Galileischen Gebieten unterscheiden. Dabei wollen wir allgemein unter RZ.-Messungen die verschiedenen Arten der Längen- und Zeitmessungen und die damit zusammenhängenden Messungen der  $g_{ik}$ -Koeffizienten verstehen und die anschaulich physikalische Bedeutung dieser Messungen in der speziellen Rth. nach A I als genügend geklärt ansehen.

Es soll hier ausdrücklich bemerkt werden, daß es sich dabei, ebenso wie in A I, weder um eine Kritik der Rth. noch um einen Versuch ihrer Axiomatisierung handelt, sondern lediglich um die Hervorhebung einiger Punkte, die oft nicht genügend klar, ungenau oder gar falsch dargestellt werden.

<sup>1)</sup> Anschauliches zur Relativitätstheorie. I. Lineare Koordinaten und  $g_{ik}$ -Koeffizienten in der speziellen Relativitätstheorie. ZS. f. Phys. **95**, 391—408, 1935. Weiterhin zitiert als A I.



Selbst diejenigen, welche — wie Carathéodory, Reichenbach, Robb, Weyl u. a. — die Axiomatisierung der Relativitätstheorie mit der Begründung der „Lichtgeometrie“ zu beginnen pflegen, können nicht umhin, um das Ganze der Rth. zu erfassen, Annahmen über das Verhalten der Körper im Gravitationsfelde einzuführen. Dann werden sie auch dazu genötigt, zu den weiter unten diskutierten Fragen Stellung zu nehmen.

2. *Das Messen mit Weichgummimaßstäben.* Stellen wir uns noch einstweilen auf den Boden der speziellen Rth. und lenken insbesondere unsere Aufmerksamkeit auf den Umstand, daß ein mit der Erde fest verbundenes Bezugssystem nicht mehr, wie in der vorrelativistischen Mechanik als ein Galilei-System — mit einem darin wirkenden Gravitationsfelde — betrachtet werden kann und daß die RZ.-Messungen in einem echten Galilei-System (in einem reibungslos fallenden „Einsteinschen Fahrstuhl“, in einem frei und rotationslos dahinfliegenden Mondgeschoß, im Erdmittelpunkt) sich *viel einfacher* gestalten als in unseren Laboratorien auf der Erde.

Da sich kein störender Einfluß eines Gravitationsfeldes bemerkbar macht, so braucht man weder „starre Maßstäbe“ noch „angenähert starre“, um Längenmessungen in einem solchen System durchzuführen. Irgendein unbeeinflußter, rotationslos freischwebender Körper kann als Maßstab benutzt werden. Ja, da in einem Galilei-System jede unbeeinflusste ruhende Flüssigkeitsmasse Kugelgestalt annimmt, so könnte man prinzipiell auch solche Kugeln zu Längenmessungen gebrauchen!

Durch diese evidente Bemerkung wird ein Schönheitsfehler der heutigen Darstellungsweisen der Rth. beseitigt, der darin besteht, daß man zur Begründung der Geometrie „starre“ — wenn auch „unendlich kleine“ — Maßstäbe gebraucht und sodann beweist, daß ein „starrer“ Körper nach den Gesetzen der Rth. unmöglich ist. Die größere oder kleinere „Starrheit“ der „Maßstäbe“ spielt erst eine Rolle bei gewissen RZ.-Messungen im Gravitationsfeld, wie wir noch weiter unten auseinandersetzen werden.

Da man oft kurz zu sagen pflegt, daß „die Sätze der euklidischen Geometrie Behauptungen sind über das Verhalten starrer Körper“, so ist es nach dem Obigen wohl richtiger, diese Sätze als Behauptungen über das Verhalten unbeeinflußter, gegenseitig ruhender Körper zu bezeichnen.

Es sei hier noch kurz bemerkt, daß man aus der „Gleichberechtigung aller Galilei-Systeme“ wohl schließen darf, daß gleiche Körper, welche sich in bezug auf zwei Galilei-Systeme gleich bewegen, sich in allen Beziehungen gleich verhalten müssen, doch folgt daraus keineswegs, daß zwei aus verschiedenen Materialien hergestellte Maßstäbe, die nebeneinander in einem Galilei-System ruhend gleich lang sind, auch bei beliebiger gemeinsamer

Bewegung so bleiben werden. Im Gegenteil haben wir jeden Grund anzunehmen, daß dem nicht so sei. Für die prinzipielle Begründung der Theorie ist es unwichtig, daß diese Unterschiede in vielen Fällen vernachlässigbar klein sind. Wenn man also oft die explizite Voraussetzung einführt, daß „zwei Strecken (gebildet aus je zwei an einem festen Körper markierten Punkten), welche einmal zur Deckung gebracht werden können, stets und überall zur Deckung gebracht werden können“, so muß man diese Aussage wohl in dem Sinne verstehen, daß beide Strecken nur „in einem Galilei-System frei ruhend“ verglichen werden.

3. *Begriff des Gravitationsfeldes.* Bekanntlich können in einem und demselben RZ.-Gebiet verschiedene Gravitationsfelder herrschen, je nach dem zugrunde gelegten Koordinatensystem. Um aber dem Standpunkte eines anschaulich denkenden Physikers nach Möglichkeit gerecht zu werden, ist es angezeigt, nicht jede RZ.-Koordinatentransformation als Veränderung des Gravitationsfeldes zu bezeichnen, sondern lediglich eine solche, welche als Übergang zu einer neuen Bezugsmolluske<sup>1)</sup> aufgefaßt werden kann.

Da ein RZ.-Gebiet mit einer bestimmten Metrik auch als ein *metrisches Feld* bezeichnet wird, so schlage ich vor, ein *Gravitationsfeld* als ein metrisches Feld mit bestimmter Bezugsmolluske zu erklären. In diesem wird man noch beliebige Koordinatentransformationen der Gestalt

$$\begin{aligned} x^{\alpha'} &= x^{\alpha'}(x^1, x^2, x^3) \\ x^{4'} &= x^{4'}(x^1, x^2, x^3, x^4) \end{aligned} \quad (\alpha' = 1, 2, 3) \quad (1)$$

ausführen können [mit den bekannten Einschränkungen, die bei Koordinatentransformationen von einem eigentlichen RZ.-Koordinatensystem zu einem ebensolchen gelten<sup>2)</sup>]. Anschaulich gesprochen, kann man die Punkte der Bezugsmolluske noch mit beliebigen „krummlinigen Raumkoordinaten“ belegen und die darin eingebetteten „Koordinatenchronoskope“ auch weitgehend beliebig einstellen: nur muß ihre „gegenseitige Einstellung“ außer der selbstverständlichen Bedingung der Stetigkeit und der „Glattheit“ noch gewissen Ungleichheiten genügen, die dafür zu sorgen haben, daß das neu entstehende Einsteinsche Koordinatensystem ein eigentliches RZ.-Koordinatensystem bleibt<sup>3)</sup>.

Im vierdimensionalen Minkowskischen Diagramm ist ein Gravitationsfeld im obigen Sinne nichts anderes als ein RZ.-Gebiet mit vor-

<sup>1)</sup> Wir nehmen an, daß eine solche vorhanden ist, da wir uns in der vorliegenden Abhandlung lediglich auf die Betrachtung von eigentlichen RZ.-Koordinaten beschränken wollen. — <sup>2)</sup> Vgl. z. B. A I, § 4 und 25. — <sup>3)</sup> Vgl. z. B. A I, § 18 bis 23 und 25.

gegebener Metrik und vorgegebener Kongruenz von überall zeitartigen Weltlinien. Das sich daraus ergebende physikalische und invariantentheoretische Problem behandle ich an einer anderen Stelle<sup>1)</sup>.

Einen Punkt mit konstanten  $x^\alpha$ -Koordinaten ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) werden wir als *im Gravitationsfelde ruhend* bezeichnen; hingegen werden wir von *momentan ruhenden* Punkten sprechen, wenn ihre Geschwindigkeiten in bezug auf die Bezugsmolluske verschwinden (ohne daß die höheren Ableitungen der Raumkoordinaten nach  $x^4$  zu verschwinden brauchen). Im ersten Fall fallen die Weltlinien der betrachteten Punkte mit den Linien der vorgegebenen Kongruenz zusammen, im zweiten berühren sie sich nur.

4. *Das Wegtransformieren des Gravitationsfeldes.* Nun wird der Übergang von der speziellen zur allgemeinen Rth. bekanntlich derart vollzogen, daß man in der Umgebung jedes Punktereignisses  $P_0$  eine spezielle Klasse von Koordinatensystemen auszeichnet. Diese Koordinatensysteme nennt man in der Riemannschen Geometrie „geodätisch in  $P_0$ “; in der Physik übernehmen sie — in einer gewissen Näherung, welche wir hier nicht näher präzisieren wollen — die Rolle der Inertialsysteme der speziellen Rth. und werden „lokale Inertialsysteme“ genannt.

Anschaulich wird der Übergang zu einem lokalen Inertialsystem treffend als Wegtransformieren des Gravitationsfeldes bezeichnet, doch stellt man sich oft die Realisierung eines solchen Übergangs zu einfach vor, wenn man sagt, daß ein frei fallender hinreichend kleiner Kasten ein solches System realisiert, während dieser Kasten im allgemeinen noch rotieren wird. Um es nochmals zu wiederholen, es genügt nicht, einen in einem Gravitationsfelde ruhenden Kasten plötzlich ohne Ruck loszulassen, um ein lokales Inertialsystem zu erhalten, sondern man muß ihm im allgemeinen beim Loslassen noch einen richtig gewählten Drehstoß erteilen. Wenn der Kasten bereits frei fällt, so kann man mittels entsprechend gewählter Experimente feststellen, ob er sich in bezug auf die Klasse aller lokalen Inertialsysteme, die dem betrachteten hinreichend kleinen RZ.-Gebiet entsprechen, dreht oder nicht, doch gibt es kein allgemeines Verfahren, um den Kasten rotationslos loszulassen (oder zu werfen). Das alte Problem der absoluten Rotation tritt hier in einem neuen Gewande wieder auf!

Die eben erwähnte Rotationsgeschwindigkeit, mit welcher ein zuerst in einem Gravitationsfelde ruhender und dann rucklos losgelassener, hin-

<sup>1)</sup> „Metrisches Feld und Gravitationsfeld“, Bull. Acad. Polon. Sc. Lettr. 1937. Weiterhin zitiert als MG.



reichend kleiner Kasten sich zu drehen beginnt<sup>1)</sup>, ist nichts anderes als die Rotationsgeschwindigkeit eines „Teilchens“ der Bezugsmolluske in bezug auf ein lokales Inertialsystem. Diese beträgt<sup>2)</sup>

$$\omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{-g_{44}}} \left\{ \frac{\partial a_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial a_\alpha}{\partial x^\beta} - \left( a_\alpha \frac{\partial a_\beta}{\partial x^4} - a_\beta \frac{\partial a_\alpha}{\partial x^4} \right) \right\}, \quad (2)$$

wo

$$a_\alpha = \frac{g_{4\alpha}}{g_{44}} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3)$$

ist. Als Beispiel diene eine in bezug auf ein Galilei-System gleichmäßig rotierende Scheibe, welche, als Bezugsmolluske aufgefaßt, eindeutig ein Gravitationsfeld im oben definierten Sinne bestimmt (und zwar unabhängig von der Einstellung der Koordinatenchronoskope auf der Scheibe). Es ist klar, daß ein auf der Scheibe zuerst festgehaltener und dann plötzlich frei gelassener, beliebig kleiner Körper längs einer Kreistangente wegfiegen wird und dabei mit der Winkelgeschwindigkeit der Scheibe um seinen Massenmittelpunkt rotieren wird. Das Gravitationsfeld auf der Scheibe ist eben ein „Gravitationswirbelfeld“, in welchem  $\omega_{\alpha\beta} \neq 0$ .

Nur nebenbei sei hier noch bemerkt, daß ein „Teilchen“ der Bezugsmolluske in bezug auf das lokale Inertialsystem außer einer Beschleunigung als Ganzes<sup>3)</sup> (welche in gewissen — „neutralen“ — Feldern verschwinden kann, wie z. B. in der Einsteinschen oder der Lemaître'schen Welt) und einer Rotation als Ganzes noch im allgemeinen eine Deformation erleiden wird<sup>4)</sup>, die aber in allen stationären Gravitationsfeldern<sup>5)</sup> verschwindet. Bei ihrem Vorhandensein kompliziert sich noch weiter der Prozeß des Loslassens des Kastens. Doch sind diese Komplikationen nur Begleiterscheinungen des speziellen zur „Erzeugung“ des lokalen Inertialsystems gebrauchten Gedankenexperiments. Bei der prinzipiellen Definition des Übergangs zu einem lokalen Inertialsystem ist aber ein solches Experiment nicht unbedingt nötig; das Wegtransformieren des Gravitationsfeldes beruht ja letzten Endes auf einer Abänderung der Bezugsmolluske, in bezug auf welche

<sup>1)</sup> Was weiter mit ihm geschieht, das hängt nicht nur vom Gravitationsfelde im ganzen von ihm durchstrichenen Gebiet, sondern auch von der Verteilung der Massen in seinem Innern ab. Es ist leicht, ein Beispiel zu konstruieren, wo ein in einem statischen Feld (in welchem  $\omega_{\alpha\beta}$  immer verschwindet) frei fallender Kasten immer größere Drehgeschwindigkeiten erlangt. — <sup>2)</sup> MG. Gleichung (17). — <sup>3)</sup> MG. Gleichung (11). — <sup>4)</sup> MG. Gleichung (16). — <sup>5)</sup> *Stationär* nennt man bekanntlich ein Gravitationsfeld, in welchem ein RZ.-Koordinatensystem mit von  $x^4$  unabhängigen  $g_{ik}$ -Koeffizienten gelegt werden kann. *Statisch* ist ein stationäres Feld, wenn obendrein in diesem Koordinatensystem noch  $g_{4\alpha} = 0$  ist.



wir die Erscheinungen beschreiben. Die neue Bezugsmolluske wird durch einen rotationslos frei schwebenden, unbeeinflußten Körper bestimmt, ohne daß dieser Körper zuerst im gegebenen Gravitationsfelde zu ruhen brauchte.

Das Wegtransformieren des Gravitationsfeldes kann man sich auch so ausgeführt denken, daß die neue Bezugsmolluske aus frei sich bewegenden Punkten gebildet wird. Falls diese Punkte zuerst in dem gegebenen Gravitationsfelde ruhend gedacht werden, so wird man ihnen beim Loslassen entsprechend gewählte (unendlich kleine) Geschwindigkeiten erteilen müssen, um sowohl die oben erwähnte Drehbewegung, als auch die eventuell vorhandene Deformationsgeschwindigkeit gerade zu kompensieren. Die oben erwähnte gemeinsame Beschleunigung wird dabei automatisch aufgehoben; die Erteilung einer gemeinsamen Translationsgeschwindigkeit (in bezug auf das lokale Inertialsystem) wirkt indifferent.

5. *Raumzeitmessungen erster und zweiter Art.* Bereits in § 2 haben wir auf den prinzipiellen Unterschied zwischen den RZ.-Messungen in einem Galilei-System und in einem Gravitationsfelde hingewiesen. Um uns die Schwierigkeiten genauer Messungen in einem Gravitationsfelde anschaulich vorzustellen, können wir entweder an Längenmessungen in einem Laboratorium auf der Erde denken, in welchem wir aber nur Maßstäbe und Apparate aus Weichgummi zur Verfügung hätten oder an Längenmessungen mit gewöhnlichen Metallmaßstäben in viel intensiveren Gravitationsfeldern als auf der Erde, wie sie z. B. auf manchen Sternen herrschen, oder wie wir sie künstlich, etwa mittels einer Zentrifugalmaschine, erzeugen können.

Insbesondere sei auf den Umstand hingewiesen, daß „ein in einem Gravitationsfelde ruhender“ Körper nichts Genaueres bedeutet, solange man über die Art seiner Festhaltung nichts Näheres weiß. So wird z. B. ein aufgehängter und ein dicht daneben aufgestellter gleicher Maßstab genau genommen eine andere Länge aufweisen. Man vergleiche auch das am Ende des § 2 Gesagte.

Früher glaubte man über alle diese Schwierigkeiten hinwegzukommen, indem man die Existenz eines „absolut starren Körpers“ annahm. Eine solche Voraussetzung findet aber keine Stütze in der Erfahrung, da alle Körper mehr oder minder zusammendrückbar und biegsam sind; ein „absolut starrer Körper“ kann auch nicht mittels eines Grenzüberganges zu immer größeren Elastizitätskonstanten beliebig genau approximiert werden, da ein solcher Übergang prinzipiell, wegen der Existenz einer oberen Grenze aller Signalgeschwindigkeiten, in der Rth. undurchführbar ist.

Man hat auch versucht, die „Starrheit“ der Maßstäbe durch Verkleinerung ihrer Dimensionen zu erzwingen, da offensichtlich alle die hier

und am Ende des § 2 erwähnten Effekte desto kleiner werden, je kleiner die Maßstäbe (und Uhren) gewählt werden. Nun ist es einleuchtend, daß ein solcher Grenzübergang von demjenigen, welcher bei der Definition der lokalen Inertialsysteme eine Rolle spielt und welcher bei der Begründung der allgemeinen Rth. ja unumgänglich ist, etwas grundverschiedenes ist. Ob ein RZ.-Gebiet bereits genügend klein gewählt ist, damit man in ihm ein Koordinatensystem legen kann, das einem Galilei-System praktisch gleichgesetzt werden darf, das hängt von seinem Krümmungsfeld ab; in ihm kann man offenbar jeden, noch so kleinen, festen Körper derart brutal bewegen, daß er dabei nicht als „starr“ betrachtet werden kann.

Obwohl der zuletzt erwähnte Grenzübergang — oder ein ihm gleichwertiger — sicher eine Rolle bei jeder genauen Begründung der relativistischen Elastizitätslehre spielen muß, so brauchen wir ihn hier nicht näher zu betrachten, da zur prinzipiellen Begründung der RZ.-Messungen in einem Gravitationsfelde glücklicherweise weder ein „absolut starrer Körper“ von endlichen Dimensionen, noch ein „unendlich kleiner“ nötig ist. Um das möglichst kurz und bündig klarzustellen, werden wir zwei Arten von RZ.-Messungen in Gravitationsfeldern zu unterscheiden haben.

Bei der prinzipiellen Begründung der RZ.-Messungen spielen primär nur die *Messungen erster Art* eine Rolle, welche mittels „absolut beschleunigungsfreier“, d. h. in einem lokalen Inertialsystem rotationslos frei schwebender Maßstäbe und Uhren ausgeführt werden. So wird z. B. eine Längenmessung erster Art von einem in einem (stationären) Gravitationsfeld wohnenden Beobachter ausgeführt, indem er einen Normalmetermaßstab derart rotationslos in die Höhe wirft, daß dieser gerade bei der zu messenden — im Gravitationsfeld ruhenden — Strecke zur Ruhe kommt und dann wieder zurückfällt. Der als Maßstab dienende Körper ist also dabei in keiner Weise festgehalten; er ruht nur momentan im gegebenen Gravitationsfelde, jedoch in einem lokalen Inertialsystem während eines endlichen Zeitintervalls<sup>1)</sup>. Die Zeitmessungen erster Art werden im nächsten Paragraphen erörtert.

Nun wird man mit Recht einwenden können, daß Messungen erster Art in Wirklichkeit nie ausgeführt werden und nur als Gedankenexperimente möglich sind; man wird deshalb auch *Messungen zweiter Art* mittels im Gravitationsfelde ruhender Maßstäbe und Uhren in Betracht ziehen müssen.

<sup>1)</sup> Es ist interessant zu bemerken, daß die Durchführbarkeit solcher Gedankenexperimente durch das schnelle Abklingen elastischer Schwingungen im Meßkörper, also letzten Endes durch die Gültigkeit des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik bedingt ist.

Erst bei diesen spielen die elastischen Eigenschaften der Maßstäbe und der Uhrenkonstruktionen eine Rolle, ihre genaue Theorie kann erst auf Grund der relativistischen Elastizitätstheorie aufgebaut werden. In der Praxis ist es Sache des Experimentalphysikers, die entsprechenden Korrekturen für den Einfluß des Gravitationsfeldes auf seine Meßgeräte zu berücksichtigen; wegen der Existenz „praktisch starrer Körper“ können diese Korrekturen im allgemeinen vernachlässigbar klein gemacht werden. Prinzipiell ist aber der Umstand entscheidend, daß zur Definition der Raumzeitbegriffe in metrischen Feldern bereits die Messungen erster Art, bei denen die elastischen Eigenschaften der Meßkörper noch keine Rolle spielen, genügen (siehe auch § 7).

6. *Eigenzeitmessungen.* Es wird oft angenommen (und sogar manchmal zum Axiom erhoben!), daß eine sich beliebig (rotationslos?) bewegende Uhr ihre Eigenzeit angibt, d. h. das Integral

$$\int_A^B d\tau \quad \left( d\tau^2 = -\frac{1}{c^2} ds^2 \right) \quad (3)$$

erstreckt über die Weltlinie der Uhr vom Punkt ereignis  $A$  bis zum Punkt ereignis  $B$ . Es gibt aber keine Anhaltspunkte in der Erfahrung, um dies für beliebige Beschleunigungen und beliebig schnell (in bezug auf das lokale Inertialsystem) rotierende Uhren zu behaupten; im Gegenteil wird bei einer genügend großen Beschleunigung jede Uhr sicher stehenbleiben oder sogar in Trümmer gehen! Man denke an ein durchs Fenster hinausgeworfenes Nardin-Chronometer!

Es ist dennoch nicht zu leugnen, daß das Integral (3) eine invariante Bedeutung besitzt; es kann aber im allgemeinen nicht mit *einer* Uhr, sondern nur mit *unendlich vielen* Uhren ausgewertet werden, wobei jede dieser Uhren in einem lokalen Inertialsystem ruht, während ihre Weltlinie die Weltlinie  $AB$  berührt. Etwas ähnliches gilt in der Thermodynamik, wo das Integral, welches den Zuwachs der Entropie bestimmt, auf „quasistatischem“ Wege berechnet werden muß, also etwa so, daß man eine große Menge von Wärmereservoirs nimmt, deren Temperaturen sich der Reihe nach nur um unendlich kleine Beträge unterscheiden und mit welchen der betrachtete Körper nacheinander in thermischen Kontakt gebracht wird.

Obwohl das Verfahren zur Auswertung des Integrals (3) zunächst sehr künstlich erscheinen mag, so ist es doch in der Natur, gewissermaßen automatisch, mit großer Genauigkeit realisiert. Wenn wir nämlich ein in einem Gravitationsfelde ruhendes leuchtendes Gas beobachten, so spielt jede

leuchtende Gasmolekel die Rolle einer frei fallenden Uhr. Diese Uhren sind zwar im gegebenen Gravitationsfelde nicht „momentan ruhend“, doch kann der Einfluß ihrer unregelmäßigen Bewegung, der sich als Linienbreite äußert, leicht abgeschätzt und eventuell berücksichtigt werden.

7. *Raumzeitmessungen im Gravitationsfelde.* Zusammenfassend können wir das Ausmessen eines Gravitationsfeldes anschaulich wie folgt beschreiben. Mittels rotationslos frei fallender, momentan ruhender Körper mißt man nach gewöhnlicher geometrischer Art den dreidimensionalen räumlichen Fundamentaltensor

$$\gamma_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} - \frac{g_{4\alpha} g_{4\beta}}{g_{44}} \quad (4)$$

(vgl. A I, § 26), der die „Ruhlängen“ und „Ruhwinkel“ im Gravitationsfelde ruhender Körper bestimmt. Der Koeffizient  $g_{44}$  wird mit einem rotationslos frei fallenden, momentan ruhenden Chronometer gemessen derart, daß die an diesem Chronometer abgelesene Zeitdauer eines Vorrückens des benachbarten Koordinatenchronoskops um  $\varepsilon$  gleich  $\varepsilon \sqrt{-g_{44}}$  ist — dabei muß  $\varepsilon$  genügend klein gewählt werden.

Die Werte der Koeffizienten  $g_{4\alpha}$ , welche proportional dem Unterschied der Lichtgeschwindigkeit in zwei entgegengesetzten Richtungen der  $x^\alpha$ -Parameterlinien sind, erhält man — ebenso wie in linearen Koordinatensystemen — aus Lichtgeschwindigkeitsmessungen [A I, Gleichungen (29) und (31)] oder mittels „dynamischer Experimente“ (A I, § 20 und 26). Zuletzt kann man die  $g_{\alpha\beta}$ -Koeffizienten nach (4) berechnen.

Dieses Schema vereinfacht sich offenbar bedeutend in „wirbellosen Gravitationsfeldern“<sup>1)</sup> und orthochronischen RZ.-Koordinaten.

Krakau, Institut für Theoretische Physik der Jagellonischen Universität.

<sup>1)</sup> Wirbellose Gravitationsfelder nenne ich solche, in denen (2) verschwindet. Das Verschwinden von (2) ist — wie in MG. gezeigt wird — eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Möglichkeit, in einem Gravitationsfelde überall orthochronische RZ.-Koordinaten einzuführen.



(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der königlich ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

## Rotationsanalyse der $0 \rightarrow 4$ -, $0 \rightarrow 5$ -, $1 \rightarrow 4$ - und $1 \rightarrow 5$ -Banden des III. pos. CO-Systems.

Von B. S. Beer in Budapest.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Juni 1937.)

An der Hand von lichtstarken Aufnahmen konnte die Rotationsanalyse der  $b^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$ - (III. pos.) Banden  $0 \rightarrow 4$ ,  $0 \rightarrow 5$ ,  $1 \rightarrow 4$ ,  $1 \rightarrow 5$  durchgeführt und am  $v = 4$ -Endzustand die Natur der Störung, sowie die Rotationskonstanten des störenden Terms bestimmt werden. Die acht beobachteten Überkreuzungsstellen definieren klar den  $^3\Sigma^+$ -Charakter des störenden Terms und liefern für dessen Rotationskonstante  $B = 1,31 \text{ cm}^{-1}$ ; die Höhe des nullten Rotationszustandes kommt dabei zu  $55380 \text{ cm}^{-1}$  über den CO-Grundzustand zu liegen. Eine Mitberücksichtigung der  $^3\Sigma^+$ -Typ-Störungen am  $A^1\Pi$ -Zustand führt zu eindeutiger Zuordnung der Störung zu dem  $v = 0$ -Zustand von  $a'^3\Sigma^+$ . — Die auf Grund von verschiedentlichen Störungen berechneten charakteristischen Konstanten von  $a'^3\Sigma^+$  sind in der Tabelle 5 des Textes angeführt.

Die Rotationsanalyse der  $0 \rightarrow 0$ ,  $1, 2, 3$  und  $1 \rightarrow 0$  III. pos. CO-Banden wurde von Dieke und Mauchly<sup>1)</sup> bzw. Gerö<sup>2)</sup> durchgeführt. Während die  $b^3\Sigma$   $v = 0$ - und  $v = 1$ -Anfangszustände besonders stark und dicht nacheinander gestört waren, zeigten die  $a^3\Pi$   $v = 0, 1, 2, 3$ -Terme, welche die Endzustände der Banden liefern, einen regelmäßigen Verlauf an.

Dieke und Mauchly versuchten auch die Analyse der  $0 \rightarrow 4$ -Bande; sie bemerken aber, daß hier wahrscheinlich eine Störung vorliegt und daß der Gegenstand noch weitere Untersuchungen benötigt. Da einerseits dieses  $v = 4$ -Vibrationsniveau in derselben Höhe liegt, wo die Atomtermkombination  $C(^3P) + O(^3P)$  sich befindet, andererseits die Schwingungstermfolge des  $a'^3\Sigma^+$ -Zustandes dicht darüber gefunden wurde, erschien es zweckmäßig, die Frage zu untersuchen, inwieweit die hier vorkommenden Unregelmäßigkeiten als Prädissoziation oder als Störungen zu deuten seien. Die Lösung dieser Frage schien auch in Anbetracht des Problems der vierwertigen Kohlenstoffmodifikation wichtig, da ja  $a'^3\Sigma^+$  aus der Atomtermkombination  $C(^5S) + O(^3P)$  sich bildet.

<sup>1)</sup> C. H. Dieke u. J. W. Mauchly, Phys. Rev. **43**, 12, 1933. — <sup>2)</sup> L. Gerö, ZS. f. Phys. **101**, 311, 1936.

Die Ausmessung lichtstarker Aufnahmen des III. pos. Bandensystems führte zu dem Ergebnis, daß, während die  $0 \rightarrow 5$ - und  $1 \rightarrow 5$ -Banden keine Störung am Endzustand aufwiesen, in den Banden  $0 \rightarrow 4$  und  $1 \rightarrow 4$  die Einordnung der Bandenlinien auf große Schwierigkeiten stieß, indem am  $v = 4$ -Zustand eine breite Störung, in der alle Zweige der Bande beteiligt sind, auftritt.

Die Tabellen 1 bis 4 enthalten die Daten der vier analysierten Banden.

Tabelle 1a. Bande  $0 \rightarrow 4$ ;  $\lambda = 3493 \text{ \AA}$ .

$K$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
4	28 723,94	28 698,65	28 675,55			
5	729,25	705,17	683,30	28 708,48	28 683,00	28 661,34
6	735,38	712,26	691,85	710,67	686,00	665,99
7	742,11	719,85	701,29	713,91	690,06	671,24
8	749,15	728,21	710,67	716,59	694,23	677,00
9	756,84	737,18	720,89	720,57	699,30	683,30
10	765,39	746,62	731,62	724,91	705,17	690,06
11	774,62	757,47	743,00	729,97	711,56	697,63
12	784,78	768,46	754,70	736,15	718,67	705,45
13	795,40	779,99	767,07	743,58	726,41	713,91
14	806,70	792,10	779,81	751,19	734,78	723,09
15	818,05	804,09	792,10	759,28	743,58	732,40
16	829,38	816,04	804,90	765,90	752,42	742,11
17	839,54	826,68	816,04	774,01	761,11	751,19
18	846,13	833,68	823,87	780,82	768,46	759,28
19	928,04	915,65	905,70	784,07	772,29	763,65
20	928,70	916,99	907,25	862,63	851,32	843,85
21	938,17	926,78	917,40	859,95	849,26	843,85
22	952,57	941,02	931,97	866,16	859,95 851,98	856,26 843,85
23	969,24	958,01	948,91	876,78	866,16	856,95
24	987,69	976,05	967,29	889,79	880,08	871,24
25	29 007,17	995,15	986,48	904,10	894,84	886,41
26	028,18	29 015,06	29 006,84	919,06	910,29	902,13
27	047,90 017,40	035,51	013,70	934,25	925,52	917,46
28	060,77 029,08	050,49 027,35	023,28	946,23	938,17	930,34
29	108,00	106,39	100,13	947,41	939,63	931,97
30	125,09	122,14	115,64	29 020,56	29 013,64	29 005,45
31	146,87	143,21	136,70	033,08	027,30	017,85
32	169,87	165,93	159,39	055,04 037,89	052,20 031,47	035,51
33	192,46	188,15	181,89	064,90	056,34	055,13
34	209,46	204,60	198,56	085,66	077,29	074,35
35	277,42	273,16	266,82	099,40	091,28	088,00
36	292,77	288,25	282,34	164,67	157,03	152,96
37	320,33	312,62	306,96	176,73	169,57	165,51
38	353,19 334,05	338,27	332,52	197,96	190,80	186,79
39	361,92	359,15	353,19	220,36	213,43	209,46

K	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
40	29 425,86	29 421,57	29 416,52	29 237,32	29 230,55	29 226,86
41	447,20	443,16	437,89	297,41	290,79	287,15
42	475,16	471,07	465,73	315,64	309,24	305,51
43	497,96	494,32	488,91	340,67	334,05	330,23
44	557,72	553,69	548,40	359,99	354,10	350,50
45	583,74	579,85	574,62	416,52	410,64	407,09
46	611,68	607,80	602,76	439,50	433,77	430,13
47				464,51	458,82	455,27
48				517,75	512,30	508,87
49				540,97	535,56	532,51
50				560,74	555,42	552,02
51				615,69	610,37	607,18
52				638,54	633,40	630,82
53				688,54	683,37	681,08
54				734,08	729,05	726,78
55				776,42	771,51	770,17

Tabelle 1b.

K	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$O_2$	$O_3$	$S_1$	$S_2$
3					28 634,01		
4		28 665,73	28 642,94	28 654,99	631,35		28 720,89
5	28 688,07	664,63	642,94	650,04	628,27	28 756,84	731,62
6	687,39	663,98	643,90	645,23	625,30	766,31	742,11
7	686,00	663,98	645,23	641,59	623,08	777,45	753,26
8	685,30	664,63	647,02	638,20	621,04		765,90
9	685,30	665,99	649,38	635,65	619,51		778,55
10	686,00	667,63	652,31	633,71	618,22		792,10
11	687,39	670,28	655,83	632,34	618,43	823,87	806,70
12	690,06	673,57	659,92	631,61	618,43	838,50	821,05
13	693,08	677,54	664,63	631,61	619,23		836,24
14	696,90	682,13	669,69	632,34	620,62		851,32
15	701,29	687,39	675,55	633,71	622,44		866,16
16	706,41	693,08	681,71	635,65	625,30	893,69	880,08
17	711,56	698,65	688,07	638,20	628,27		
18	716,59	704,20	694,23	640,69	631,35		
19	720,57	708,48	698,04	650,04	634,01		
20	720,89	709,11	699,30	643,90			
21	796,54	784,78	775,89	641,59			
22	791,27	779,81	770,67				
23	794,78	783,38	774,62				
24	803,20	791,63	782,84				
25	814,43	802,44	793,72				
26	828,30	815,67	807,14				
27	845,00	832,64	810,87				
	814,43						
28	865,32	854,72	827,61				
	833,68	831,54					
29	845,00	843,85	837,57				
30	845,50	842,81	836,24				
31	916,47	912,75	906,45				
32	926,07	922,05	915,65				
33	941,02	936,67	930,34				

<i>K</i>	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>P</i> <sub>3</sub>	<i>K</i>	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>P</i> <sub>3</sub>
34	28 958,01	28 952,57	28 946,80	40	29 092,16	29 088,00	29 083,01
35	973,48	969,25	962,99	41	106,39	101,89	096,76
36	983,93	979,09	973,48	42	163,38	159,39	153,89
37	29048,93	29041,25	29035,51	43	178,48	174,47	169,28
38	{064,90	050,49	044,71	44	200,08	196,12	190,82
	{046,07			45	217,09	213,57	208,11
39	072,10	068,60	062,92	46	270,36	266,82	261,62

Tabelle 2a. Bande 1 → 4;  $\lambda = 3242 \text{ \AA}$ .

<i>K</i>	<i>R</i> <sub>1</sub>	<i>R</i> <sub>2</sub>	<i>R</i> <sub>3</sub>	<i>Q</i> <sub>1</sub>	<i>Q</i> <sub>2</sub>	<i>Q</i> <sub>3</sub>
5	30 920,43	30 896,42	30 875,62	30 900,92	30 875,62	30 854,47
6	924,47	900,92	880,43	901,49	877,47	857,79
7	927,46	905,24	886,63	902,74	878,08	859,55
8	931,85	910,16	892,63	902,74	879,48	862,47
9	935,53	915,93	899,76	902,74	881,65	865,44
10	940,42	922,12	907,58	904,37	884,86	869,05
11	945,62	928,83	914,01	905,24	886,63	872,63
12	951,02	934,56	921,00	906,30	889,74	876,51
13	955,69	940,42	927,46	910,16	892,63	880,43
14	959,62	945,62	932,69		895,25	883,53
15	960,81	946,94	935,53	912,44	896,42	885,44
16	{958,29	{944,47	{933,55	908,63	895,25	885,44
	{31089,93	{31076,45	{31066,10			
17	081,00	067,94	058,42	{902,74	{889,74	{880,43
				{31034,73	{31022,41	{31012,54
18	078,68	066,10	056,26	022,41	010,01	000,97
19	081,00	068,78	058,42	016,56	004,52	30 996,31
20	086,95	075,15	065,33	015,75	004,52	997,50
21	094,65	083,06	073,74	018,08	007,58	31 001,84
22	102,37	090,93	081,81	022,41	016,56	{012,54
						{000,04
23	107,27	095,87	086,95	026,42	015,75	006,79
24	{104,58	{092,77	{084,26	027,88	018,08	009,39
	{228,39	{216,42	{207,86			
25	216,42	204,39	195,91	{021,08	{011,43	{003,33
				{144,16	{135,47	{126,83
26	219,09	206,43	198,15	128,14	119,29	111,39
27	231,71	219,09	197,43	125,10	116,62	108,82
28	215,37	{236,41	209,39	129,46	120,54	113,80
		{213,09				
29	{219,92	{218,23	211,95	133,38	125,82	117,95
	{341,94	{340,29				
30	{205,30	{202,37	195,91	{132,24	{125,10	{117,11
	{320,33	{317,33		{254,92	{247,46	{239,82
31	319,08	315,79	309,05	{112,89	{107,27	{098,11
				{228,39	{222,36	{213,09
32	326,50	322,51	316,22	210,24	{224,47	207,86
					{203,73	
33	{329,79	{325,60	{319,08	221,54	213,09	211,95
	{445,97	{441,58	{435,03			
34	{309,05	{303,83	406,39	{223,13	{214,58	{211,95
	{416,67	{412,38		{338,95	{331,12	{327,42
35		412,38	406,39	{198,79	{198,79	{187,59
				{307,09	{291,32	{296,15



K	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
36		31 415,57	31 409,98	31 303,83	31 296,15	31 292,77
37				303,83		292,77
38				376,51	369,52	365,93
39				371,96	365,14	361,39
40				355,21	348,87	

Tabelle 2b.

K	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$O_2$	$O_3$	$S_1$	$S_2$
5						30 944,47	30 918,04
6	30 881,65	30 857,79	30 837,48			951,02	927,46
7	877,47	855,07	837,48	30 834,73	30 816,74	959,62	935,53
8	874,68	852,90	835,32	829,58	812,15	966,85	944,47
9	870,70	851,36	834,73	824,05	807,77	974,62	953,24
10	868,35	849,81	834,73		803,95		963,25
11	866,38	848,69	834,73	814,53	800,17	991,06	972,53
12	865,44	848,69	836,11	810,56	797,21	997,50	981,38
13	863,95	848,69	836,11	806,84	794,26	31 006,74	989,13
14	863,04	848,69	836,11	803,51	791,28		994,46
15	861,67	848,69	836,11	800,17	788,85		994,46
16	859,55	846,41	834,73	796,25	785,54		
17	854,47	841,45	831,75	791,28	782,02		
18	845,59	832,63	823,19		774,07		
	977,35	964,76	955,29				
19	962,27	949,62	939,82		762,42		
20	953,24	941,49	931,85				
21	949,62	938,11	928,83				
22	949,62	938,11	928,83				
23	951,02	939,82	930,65				
24	953,24	941,49	932,69				
25	953,24	940,42	931,85				
26	945,62	932,69	924,47				
	31 068,78	31 055,44	31 047,49				
27	054,10	041,83	020,18				
28	056,26	046,39	018,78				
	024,41	022,41					
29	028,49	027,88	021,08				
30	031,30	028,49	022,41				
31	027,88	025,41	018,08				
	150,08	146,84					
32	120,54	1001,84	30 996,31				
		117,11	31 112,89				
33	113,80	108,82	102,37				
34	115,00	109,72	103,44				
35	111,39	106,31	100,49				
			216,42				
36	083,06		181,62				
	191,07						
37	187,59	180,37	174,82				
38	192,81	177,60					
	173,11						
39	250,68						

Tabelle 3a. Bande 0  $\rightarrow$  5;  $\lambda = 3699 \text{ \AA}$ .

$K$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
4	27127,13	27102,20	27078,13			
5	131,03	107,68	086,50	27111,28		27064,10
6	136,60	114,20	095,60	112,33	27087,83	069,00
7	142,88	122,29	104,46	115,87	091,95	074,40
8	150,25	131,03	114,20	118,73	096,56	080,55
9	158,20	140,41	124,81	122,29	102,20	087,09
10	167,28	150,43	135,95	128,10	108,34	094,30
11	176,92	161,31	147,68	133,84	115,29	102,20
12	187,45	173,14	159,49	140,07	122,93	110,47
13	198,62	184,82	172,41	147,68	131,03	119,34
14	210,27	197,51	185,55	155,71	140,07	128,99
15	222,56	210,27	198,62	164,40	149,47	138,88
16	234,11	222,56	211,84	173,14	158,87	149,02
17	244,82	234,11	223,64	181,86	168,28	158,87
18	251,39	241,66		189,38	176,39	167,28
19	334,57	324,89	315,09	193,31	180,75	172,41
20	335,73	326,36	317,24	272,53	260,66	252,67
21	345,93	337,00	328,00	270,71	259,15	251,39
22	360,63	352,15	343,46	277,71	266,72	259,15
23	377,78	369,64	361,10	289,22	278,68	271,35
24	396,14	388,39	380,10	303,19	292,98	285,87
25	415,41	407,83	399,88	318,40	308,62	301,73
26	434,84	427,21	419,42	334,57	324,89	318,40
27	450,73	443,83	436,38	350,57	341,12	334,57
28	456,04	449,16	442,29	363,58	354,55	348,54
29	533,24	526,99	519,57	365,71	356,87	351,27
30	549,62	543,33	536,39	439,94	431,52	425,92
31	571,40	565,41	558,54	453,23	444,98	439,38
32	594,98	589,11	582,51	471,87	463,95	458,50
33	618,04	612,63	606,13	492,35	484,52	479,33
34	635,76	630,25	624,17	512,57	505,33	498,92
35	705,00	700,05	693,47	526,99	519,57	514,83
36	721,79	716,21	710,09	593,70	586,20	581,19
37	747,51	742,45	736,46	606,83	599,89	594,98
38	774,37	769,43	763,76	629,36	622,51	618,04
39	795,92	791,08	785,60	653,20	646,54	642,10
40	861,00	856,03	850,50	671,94	665,29	660,95

Tabelle 3b.

$K$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$O_2$	$O_3$	$S_1$	$S_2$
4	27094,30		27045,06				
5	090,80	27067,36	045,71	27053,24	27031,14	27159,49	
6	088,76	066,26	046,92	047,45	028,51	168,28	27143,89
7	087,09	066,26	048,48	043,73	026,38	179,48	155,71
8	086,50	067,36	050,54	040,76	024,57	190,74	168,28
9	086,50	069,00	053,24	038,43	023,28	201,90	181,86
10	087,83	071,23	056,50	037,23	022,70	215,16	195,27
11	089,86	074,40	060,42	036,41	022,70		210,27
12	092,66	078,13	064,95	035,84	023,28	242,63	225,30
13	096,34	082,70	070,08	036,41	024,57	257,95	240,71
14	100,62	087,83	075,68	037,68	026,38	272,53	256,92

K	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$O_2$	$O_3$	$S_1$	$S_2$
15	27 105,68	27 093,52	27 082,11	27 039,59	27 028,94	27 287,09	27 272,53
16	111,28	099,83	088,76	042,19	032,16	301,08	287,09
17	117,26	106,19	095,60	045,71	035,84	311,68	297,48
18	122,29	112,33	102,20	048,48	039,59		384,14
19	127,13	117,26	107,68	051,68	042,84	401,06	388,39
20	128,10	118,73	109,45	053,24	045,06	414,50	402,60
21	204,14	195,27	186,79	031,14	043,73	432,10	
22	199,54	190,74	181,86	124,81	117,26	451,88	441,28
23	203,29	195,27	186,79	117,26	110,47	473,81	
24	211,84	204,14	195,86	118,73	111,28	495,71	485,61
25	222,56	215,16	207,18		117,26	517,74	507,86
26	235,02		219,88	132,31	125,84	538,02	
27	247,79	240,71		142,05	135,44	545,49	
28	260,66	253,84	246,54	152,06	145,65	618,04	
29	270,71	264,24	256,92	161,31	155,71		
30	269,82	263,46	256,92	169,34	163,31		
31	341,12	334,57	328,00	165,78	159,49		
32	351,27	345,15	338,57				
33	366,68	360,63	354,55	240,71	235,02		
34	384,14	378,65	372,25	253,84	247,79		
35	401,38	396,14	389,75	267,68	263,46		
36	412,71	407,83	401,38	252,67	277,71		
37	475,95	470,82	465,13		285,87		
38	486,64	481,80	475,95	351,27			
39	505,90	501,44	495,71	358,49			
40	526,99	522,37	516,79				

 Tabelle 4a. Bande  $1 \rightarrow 5$ ;  $\lambda = 3419 \text{ \AA}$ .

K	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
5	29 322,39	29 298,78	29 278,42			
6	325,13	302,48	284,39	29 303,68	29 279,36	29 260,01
7	328,45	307,63	289,53	304,58	280,48	263,11
8	332,52	313,29	297,00	304,58	282,34	266,11
9	337,26	319,32	303,68	304,58	284,39	269,40
10	342,24	325,94	311,55	306,96	287,15	273,16
11	347,95	332,52	318,83	309,24	290,79	277,42
12	354,10	339,36	325,94	310,83	293,67	281,69
13	359,15	344,81	333,12	314,08	297,41	285,73
14	363,49	350,50	339,36	316,31	300,50	289,53
15	365,44	353,19	342,24	317,49	302,48	292,13
16	363,49 495,35	351,82 483,65	340,67 473,22	316,31	301,90	292,13
17	486,95	475,76	465,73	310,83 443,16	297,41 429,31	288,25 420,10
18	483,65	474,41	464,51	431,31	417,88	409,62
19	487,82	478,05	468,46	425,86	413,79	405,03
20	494,32	484,93	475,76	425,86	413,79	405,86
21	502,43	493,67	484,93	429,31	417,88	409,86
22	510,78	502,43	493,67	434,42	423,34	415,79
23	516,08	507,89	499,64	439,50	428,88	421,57
24	513,43 636,30	505,55 628,38	497,96 620,94	441,60	431,31	424,44

$K$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$
25	29 624,66	29 617,13	29 609,25	{ 29 435,83 558,92	29 425,86	{ 29 419,40 541,75
26	625,63	618,52	610,82	543,89	534,29	528,10
27	633,40	626,47	619,13	541,75	532,51	526,33
28	642,34	635,59	628,38	547,35	537,54	532,51
29	645,11	{ 638,54 760,78	631,81	552,02	543,44	537,54
30	{ 629,75 744,80	{ 623,44 738,72	{ 617,13 731,95	552,02	543,44	537,79
31	743,66	737,68	730,93	{ 533,42 648,28	{ 525,10 640,13	635,04
32	751,62	745,76	739,34	644,05	636,30	630,82
33	755,55	750,04	743,66	648,96	641,20	636,30
34	735,57	730,07		649,86	642,34	636,30
35				{ 626,47 734,64	619,13	714,48
36				732,60	725,40	720,79
37				734,08	727,65	722,78
38				807,98	801,19	797,13
39				804,90	798,35	794,08
40				789,90	783,18	

Tabelle 4b.

$K$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$O_2$	$O_3$	$S_1$	$S_2$
5						29 347,95	
6	29 281,69	29 258,78				354,10	29 329,15
7	278,42	257,66	29 240,08	29 237,32	29 219,64	361,92	337,26
8	275,10	255,74	238,89	232,11	215,76	369,11	347,19
9	272,37	254,03	238,89	226,86	211,81	377,63	356,90
10	270,36	253,19	238,89	222,37	208,11	385,88	365,44
11	268,71	253,19	238,89	218,44	204,60	394,92	376,43
12	267,88	253,19	240,08	214,83	202,33		385,88
13	267,37	253,19	241,11	211,81	200,08		394,16
14	266,82	254,03	242,18	208,11	197,96		
15	266,11	254,03	242,67	205,95	195,40		
16	264,34	253,19	242,18	202,33	192,46		
17	260,01	249,08	238,89	198,56	188,82		
18	{ 251,51 383,05	{ 241,11 373,12	{ 231,29 363,49	190,82			
19	369,11	359,15	349,45	180,55	171,44		
20	360,87	351,82	342,24				
21	357,68	348,65	339,36				
22	357,68	349,45	340,67				
23	359,99	351,82	343,28				
24	361,92	354,10	345,81				
25	360,87	353,19	345,81				
26	{ 351,82 475,16	{ 344,81 467,87	{ 337,26 460,69				
27	457,22	450,12	443,16				
28	452,01	445,31	437,89				
29	453,60	447,20	440,18				
30	456,26	450,12	443,16				

 $B_0-B$



$K$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$K$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
31	29 452,98 575,24	29 568,96	29 440,18 561,61	36	29 512,30 620,94	29 507,89 615,69	29 501,31 609,25
32	431,31 546,37	540,97	419,40 534,29	37	615,00	610,37	604,06
33	539,05	533,42	527,06	38	613,98	609,25	603,58
34	540,97	535,56	529,28	39	684,59	680,15	674,66
35	539,05 655,01	533,42 649,86	527,06	40	678,86	673,88	668,75

Die Rotationskonstanten  $B$  und  $D$  der zwei analysierten  $a^3\Pi$ -Zustände ergeben sich zu:  $B_4 = 1,6026 \text{ cm}^{-1}$ ,  $B_5 = 1,5840 \text{ cm}^{-1}$ ,  $D_4 = D_5 = 6,3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ .

Das Untersuchungsverfahren zwecks Klärung der Natur der Störung gründete sich auf einer von Gerö<sup>1)</sup> ausgearbeiteten Methode, die den Verlauf der Störung ohne vorheriges Bestimmen der ungestörten Terme veranschaulicht. Da diese aber in ihrer Originalform nur auf solche Banden verwendbar ist, deren Anfangszustand oder Endzustand störungslos verläuft, mußte sie umgearbeitet werden in dem Sinne, daß durch geeignete Kombination der Daten zweier, demselben Anfangszustand angehörigen Banden, die Einwirkung der gemeinsamen Anfangszustand-Störung aus den Endformeln zum Verschwinden gebracht werden könnte. Eine Kombination dieser Art der Banden  $0 \rightarrow 0$  und  $0 \rightarrow 4$  führt zu den Formeln:

$$B_0 - B_4 = \begin{cases} \frac{\Delta P_1(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta P_1(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K+1)} & \frac{\Delta Q_1(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta Q_1(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K+1)} & \frac{\Delta R_1(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta R_1(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K+1)} \\ \frac{\Delta P_2(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta P_2(K)_{0 \rightarrow 0}}{2K} & \frac{\Delta Q_2(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta Q_2(K)_{0 \rightarrow 0}}{2K} & \frac{\Delta R_2(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta R_2(K)_{0 \rightarrow 0}}{2K} \\ \frac{\Delta P_3(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta P_3(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K-1)} & \frac{\Delta Q_3(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta Q_3(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K-1)} & \frac{\Delta R_3(K)_{0 \rightarrow 4} - \Delta R_3(K)_{0 \rightarrow 0}}{2(K-1)} \end{cases}$$

$B_0$  und  $B_4$  bedeuten hier die Rotationskonstanten der  $v = 0$ -,  $v = 4$ - $a^3\Pi$ -Terme,  $\Delta P_1(K)_{0 \rightarrow 0}$  die Differenz  $P_1(K) - P_1(K-1)$  aus der  $0 \rightarrow 0$ -Bande gebildet, usw.

Durch Anwendung des Verfahrens auf die neun Hauptzweige der  $0 \rightarrow 4$ -Bande und durch graphische Darstellung als Funktion der Rotationsquantenzahlen sind sechs Kurven zu erhalten. Da die Ergebnisse aus den  $P$ - und  $R$ -Zweigen auf dieselben  $\Lambda$ -Typ-Dublett-Komponenten sich beziehen, haben wir den Mittelwert in Fig. 1 u. 2 eingetragen. Wie man sieht, zeigen die Kurven auf acht Stellen sehr scharfe Störungen an.

<sup>1)</sup> L. Gerö, ZS. f. Phys. **93**, 669, 1935.

Werden nun die  $a^3\Pi$ -Rotationsterme in einem Koordinatensystem: Energie  $\sim J(J+1)$  graphisch dargestellt (Fig. 3), und die Störungsstellen in den  $P$ -,  $R$ - und  $Q$ -Zweigen mit Kreuzen und Kreisen markiert, so sieht man, daß die acht Punkte, die den Störungsstellen in den Kurven Fig. 1 u. 2 entsprechen, am einfachsten als Überschneidungspunkte mit drei anderen,

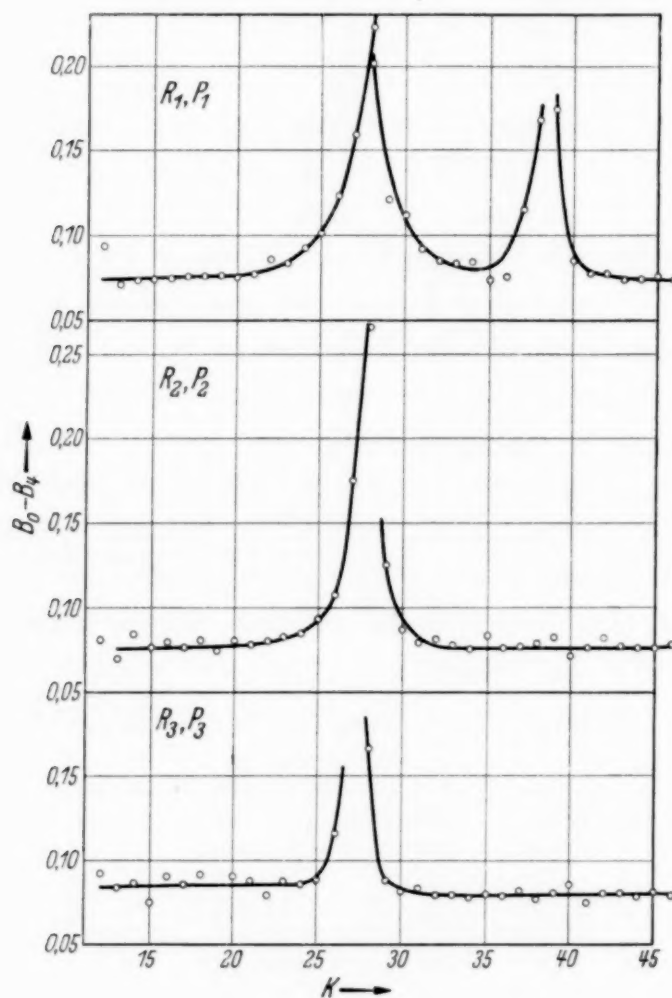


Fig. 1.

flacher geneigten Geraden, die die Rotationsterme des störenden Triplettterms darstellen, zu interpretieren sind. Daß die Rotationskonstante, d. h. Neigung der Kurve des störenden Terms kleiner, als die des gestörten ist, geht aus dem linienabstanderweiternden Charakter der Störung hervor.

Die Art des störenden Terms ergibt sich zu  $^3\Sigma^+$ , denn sie muß 1. Triplett sein, weil die Verbindung der Überkreuzungspunkte nur mit drei parallelen Geraden gelang und 2.  $\Sigma$ , weil auf einmal entweder die  $P$ -,  $R$ - oder die  $Q$ -Zweige, also immer nur eine Komponente aus dem  $\Lambda$ -Dublett des  $a^3\Pi$ -Terms gestört wird. Beachtet man 3., daß bei dem mittleren Über-

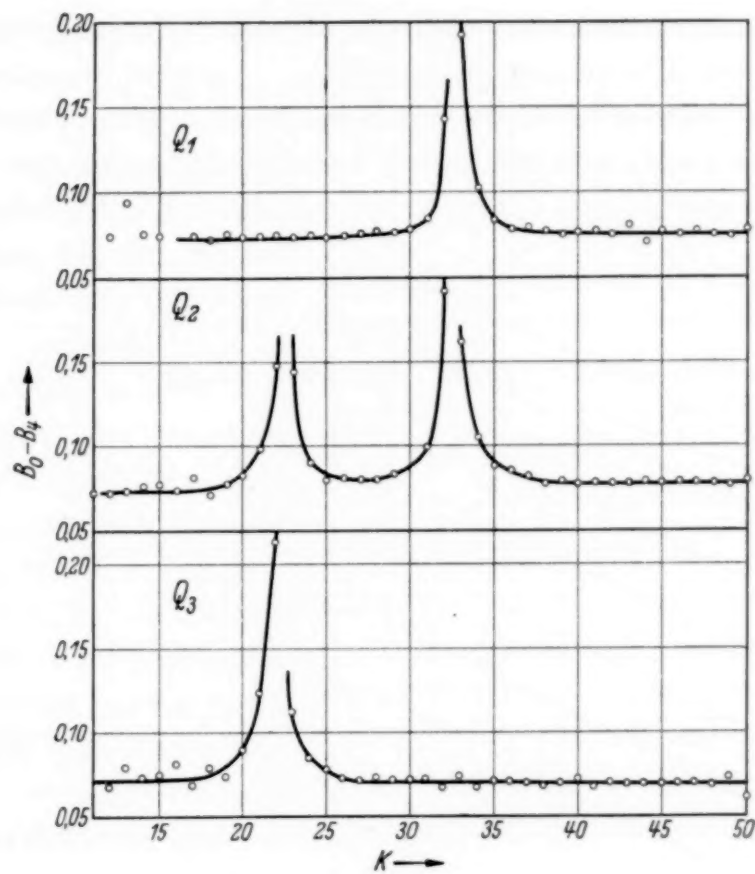


Fig. 2.

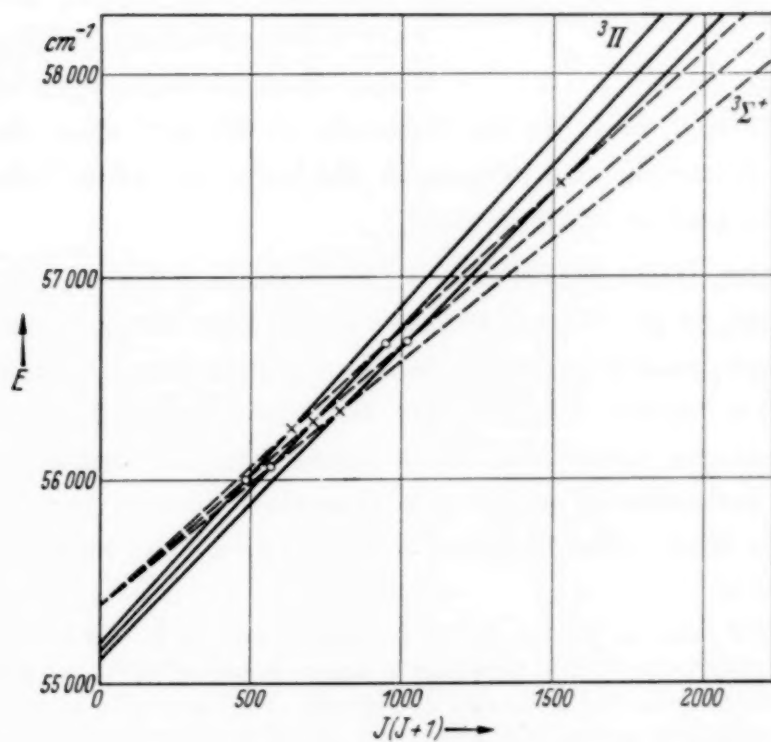


Fig. 3.

kreuzungspunkt der mittleren Gerade die  $P$ - und  $R$ -Zweige gestört sind, so wird auch sein  $\Sigma^+$ -Charakter festgestellt.

Da der  $a^3\Pi$ -Term schon bei mittleren Rotationsquantenzahlen sich nicht mehr wie im Hundschen Falle  $a$  verhält<sup>1)</sup>, wird man den Verstoß

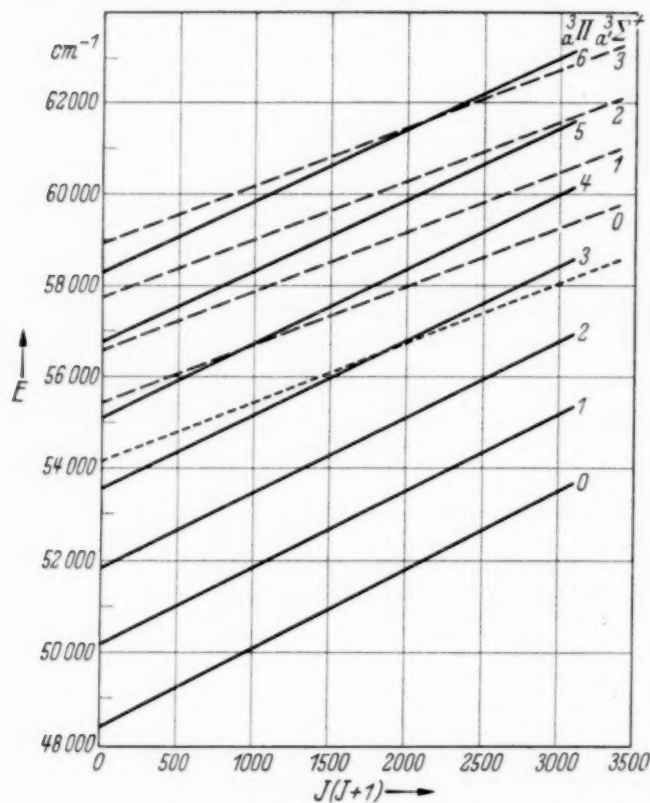


Fig. 4.

gegen die Auswahlregel<sup>2)</sup>: bei der Störung soll  $\Omega$  nur um  $\pm 1,0$  sich ändern, mit in Kauf nehmen. Tatsächlich ereignet sich die Störung auf zwei Stellen mit  $\Delta\Omega = 2$ . Dagegen das Ausbleiben der Störung am neunten Überkreuzungspunkt, wo  $\Delta\Omega = 3$  sein sollte, mag schon als Konsequenz der auf den Zwischenfall erweiterten Regel gedeutet werden.

Die Rotationskonstante und die Lage der Nullstelle des störenden Terms können aus den Lagen der acht Überkreuzungspunkte berechnet werden. Wir erhalten

für  $B$  etwa  $1,31 \text{ cm}^{-1}$  und für die Nullstelle  $55380 \text{ cm}^{-1}$  über den  $\text{CO}$ -Grundzustand; Werte, die sich bestens an die Reihe der schon bekannten  $a'^3\Sigma^+$ -Schwingungsterme anschmiegen.

Der in dieser Weise lokalisierte  $a'^3\Sigma^+$ -Zustand ist aber sicher der niedrigste  $a'$ -Term, da ja  $a^3\Pi v = 0, 1, 2, 3$  schon keine Störung anzeigen<sup>3)</sup>. Fig. 4 erklärt auch, warum in den  $0 \rightarrow 5$ -,  $1 \rightarrow 5$ -Banden keine Endzustandsstörung gefunden werden konnte: hier fällt die wahrscheinliche Überkreuzungsstelle in das Gebiet der hohen Rotationsquantenzahlen, wo die Intensität der Bandenlinien schon sehr abgefallen ist und unzureichend für eine Analyse wird. Die Banden  $0 \rightarrow 6$ ,  $1 \rightarrow 6$ , wo die Störung schon

<sup>1)</sup> R. Schmid, ZS. f. Phys. **89**, 701, 1934. — <sup>2)</sup> R. de L. Kronig, ebenda **50**, 347, 1928. — <sup>3)</sup> Die punktierte Linie unter  $a'^3\Sigma^+ v = 0$  ist eine weitere Extrapolation aus den höheren  $a'$ -Termen. Da bei  $a^3\Pi v = 3$ ,  $J = 43$  keine Störung gefunden werden konnte, ist die Existenz dieses Zustandes beinahe völlig ausgeschlossen.



früher eintreten sollte, konnten ebenfalls wegen ungenügender Lichtstärke nicht analysiert werden.

Tabelle 5 enthält die charakteristischen Konstanten des  $a' {}^3\Sigma^+$ -Zustandes, wo aber besonders betont werden soll, daß diese Daten ausschließlich nur auf Grund von Störungen berechnet werden konnten.

Tabelle 5.

$T_0$	55 380	$\text{cm}^{-1}$	$I_e$	$20,95 \cdot 10^{-40} \text{ g cm}^2$
$B_0$	1,31	„	$r_e$	$1,37 \text{ cm}^{-8}$
$B_e$	1,320	„	$\omega_e$	$1210 \text{ cm}^{-1}$
$\alpha$	0,0135		$\omega_e x_e$	$9,5 \text{ cm}^{-1}$

Vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der königl. ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften — das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht — ausgeführt worden. Für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele wertvolle Ratschläge und Hilfe möchte ich den Herren R. Schmid und L. Gerö auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

## Über die Eigenschwingungen des Tetraedermoleküls.

Von E. A. Hylleraas in Oslo.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 29. Juni 1937.)

Unter der Annahme von anziehenden Zentralkräften zwischen dem Zentralatom  $A$  und den übrigen Atomen eines tetraedrischen Moleküls  $AB_4$  und abstoßenden Zentralkräften zwischen den Atomen  $B$  werden die charakteristischen Eigenschwingungen und die entsprechenden Eigenfrequenzen abgeleitet.

Im Interesse der bandenspektroskopischen Analyse sollen die quantenmechanischen Schwingungs- und Rotationszustände eines Moleküls von Tetraedergestalt kurz abgeleitet werden. Es stellt sich heraus, daß dies hochsymmetrische Molekül enge Beziehungen zu einem einfachen diatomigen Molekül hat. Der einzige Unterschied ist das Auftreten mehrerer Grundschwingungsfrequenzen, die verschiedenen Schwingungsformen des ganzen Moleküls entsprechen.

Auf die Koppelung zwischen Rotation und Schwingung gehen wir nicht ein und können darum die Rotationen des Moleküls als Eigenschwingungen der Frequenz Null behandeln, d. h. als Bewegungen ohne rücktreibende Kräfte.

Wir nehmen den Schwerpunkt des ganzen Systems als ruhend an und bezeichnen die Koordinaten der leichten Atome,  $B_1, \dots, B_4$ , relativ zum schweren Atom  $A$  mit  $(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_4, y_4, z_4)$ . Ist  $m$  die Masse der leichten,  $M$  die Masse des schweren Atoms, so ist die kinetische Energie

$$T = \frac{m}{2} [\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2 + \dots + \dot{x}_4^2 + \dot{y}_4^2 + \dot{z}_4^2] - \frac{m}{2} \frac{m}{M + 4m} [(\dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3 + \dot{x}_4)^2 + \dots + (\dot{z}_1 + \dot{z}_2 + \dot{z}_3 + \dot{z}_4)^2]. \quad (1)$$

In der Gleichgewichtslage seien die Koordinaten  $(a, a, a)$ ,  $(a, -a, -a)$ ,  $(-a, a, -a)$ ,  $(-a, -a, a)$ , und wir nennen die den Koordinaten  $x, y, z$  entsprechenden Verrückungen der Atome von ihrer Gleichgewichtslage  $\xi, \eta, \zeta$ , so daß z. B.

$$x_1 = a + \xi_1, \quad x_2 = a + \xi_2, \quad x_3 = -a + \xi_3, \quad x_4 = -a + \xi_4. \quad (2)$$

Wir bezeichnen nun die Abstände  $A - B$  und  $B - B$  bzw. mit  $R$  und  $r$ , die Gleichgewichtsabstände mit  $R_0$  und  $r_0$ . Es seien die entsprechenden Potentiale

$$\begin{aligned} U(R) &= U_0 + U_1(R - R_0) + \frac{1}{2} U_2(R - R_0)^2 + \dots, \\ u(r) &= u_0 + u_1(r - r_0) + \frac{1}{2} u_2(r - r_0)^2 + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

Bei kleinen Verrückungen hat man

$$\left. \begin{aligned} R_1 - R_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\xi_1 + \eta_1 + \zeta_1), \quad R_2 - R_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\xi_2 - \eta_2 - \zeta_2), \dots, \\ r_{12} - r_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\eta_1 + \zeta_1 - \eta_2 - \zeta_2), \quad r_{13} - r_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi_1 + \zeta_1 - \xi_3 - \zeta_3), \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Um den Absolutbetrag der potentiellen Energie des Moleküls in der Gleichgewichtslage,  $4U_0 + 6u_0$ , kümmern wir uns nicht. Das lineare Glied in den Verrückungen fällt weg wegen der Gleichgewichtsbedingung für die einzelnen Atome. Sie lautet  $U_1 = \sqrt{6}u_1$ . Es ergibt sich weiter, daß nicht nur  $u_2$ , sondern auch  $U_2$  positiv sein muß. Nur dann ist die Gleichgewichtslage des Zentralatoms stabil. Diese positiven Krümmungen der Einzelpotentiale definieren beim Gleichgewichtsabstand formal zwei Frequenzen für schwingende  $B$ -Atome,  $\Omega = \sqrt{U_2/m}$  und  $\omega = \sqrt{u_2/m}$ , mit deren Hilfe wir die resultierenden Eigenschwingungsfrequenzen ausdrücken werden.

Wir schreiben also von der potentiellen Energie nur das quadratische Glied in den Verrückungen

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{6} U_2 [(\xi_1 + \eta_1 + \zeta_1)^2 + (\xi_2 - \eta_2 - \zeta_2)^2 + (-\xi_3 + \eta_2 - \zeta_3)^2 + (-\xi_4 - \eta_4 + \zeta_4)^2] \\ &\quad + \frac{1}{4} u_2 [\eta_1 + \zeta_1 - \eta_2 - \zeta_2)^2 + (\xi_1 + \zeta_1 - \xi_3 - \zeta_3)^2 + (\xi_1 + \eta_1 - \xi_4 - \eta_4)^2 \\ &\quad + (\eta_3 - \zeta_3 - \eta_4 + \zeta_4)^2 + (\xi_2 - \zeta_2 - \xi_4 + \zeta_4)^2 + (\xi_2 - \eta_2 - \xi_3 - \eta_3)^2]. \end{aligned} \quad (5)$$

Wir führen nun geeignete neue Koordinaten ein.

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{2} (\xi_1 + \xi_2 - \xi_3 - \xi_4), \quad Y_1 = \frac{1}{2} (\eta_1 - \eta_2 + \eta_3 - \eta_4), \\ Z_1 &= \frac{1}{2} (\zeta_1 - \zeta_2 - \zeta_3 + \zeta_4) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

bezeichnen reine Dehnungen des Tetraeders in den drei Koordinatenachsenrichtungen.

$$\left. \begin{aligned} X_2 \} &= \frac{1}{4} (\eta_1 - \eta_2 - \eta_3 + \eta_4) \mp (\zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_3 - \zeta_4), \\ X_3 \} \\ Y_2 \} &= \frac{1}{4} (\zeta_1 + \zeta_2 - \zeta_3 - \zeta_4) \mp (\xi_1 - \xi_2 - \xi_3 + \xi_4), \\ Y_3 \} \\ Z_2 \} &= \frac{1}{4} (\xi_1 - \xi_3 + \xi_3 - \xi_4) \mp (\eta_1 + \eta_2 - \eta_3 - \eta_4), \\ Z_3 \} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

bezeichnen bzw. reine Rotationen um die drei Koordinatenachsen und eine kombinierte Dehnung und Kontraktion in zwei Richtungen senkrecht zueinander und zu der betreffenden Koordinatenachse.

$$\left. \begin{aligned} X_4 &= \frac{1}{2} (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4), \quad Y_4 = \frac{1}{2} (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4), \\ Z_4 &= \frac{1}{2} (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

sind endlich die reinen Translationen des Tetraeders relativ zum Zentralatom.

Beim Übergang zu den neuen Koordinaten erhält man den Energieausdruck

$$\begin{aligned}
 E = \frac{m}{2} [\dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2 + \dot{Z}_1^2 + 2(\dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2 + \dot{Z}_2^2) + 2(\dot{X}_3^2 + \dot{Y}_3^2 + \dot{Z}_3^2)] \\
 + \frac{m}{2} \frac{M}{M + 4m} (\dot{X}_4^2 + \dot{Y}_4^2 + \dot{Z}_4^2) \\
 + \frac{U}{6} [(X_1 + Y_1 + Z_1)^2 + (X_4 + 2X_3)^2 + (Y_4 + 2Y_3)^2 + (Z_4 + 2Z_3)^2] \\
 + \frac{u_2}{2} [(Y_1 + Z_1)^2 + (Z_1 + X_1)^2 + (X_1 + Y_1)^2 + (2X_3)^2 \\
 + (2Y_3)^2 + (2Z_3)^2]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Wie man sieht, hängt die potentielle Energie nicht von den Koordinaten  $X_2, Y_2, Z_2$  ab. Diese Verrückungen, die nicht mehr klein sind, müssen wir durch Winkelvariable ersetzen. Wegen

$$\dot{\eta}_1 = -\dot{\eta}_2 = \dots = -\dot{\zeta}_1 = \dots = \dot{\zeta}_4 = a\omega_x \quad (10)$$

können wir  $\dot{X}_2, \dot{Y}_2, \dot{Z}_2$  durch  $2a\omega_x, 2a\omega_y, 2a\omega_z$  ersetzen, wobei  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  die Winkelgeschwindigkeiten des Moleküls bedeutet. Man erhält in dieser Weise die Rotationsenergie

$$E_{\text{rot.}} = \frac{1}{2} J (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2), \quad J = 8ma^2, \quad (11)$$

wobei  $J$ , wie man leicht verifiziert, das Trägheitsmoment des Moleküls auf eine beliebige Achse ist.

Die Schwingungen  $X_1, Y_1, Z_1$  sind gegenseitig gekoppelt. Die reinen Eigenschwingungen sind.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (X_1 + Y_1 + Z_1), \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (X_1 - Y_1) \quad \text{und} \quad \frac{1}{\sqrt{6}} (X_1 + Y_1 - 2Z_1). \quad (12)$$

Den von diesen Koordinaten und Geschwindigkeiten abhängigen Teil der Energie können wir folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned}
 E_1 + E_2 = \frac{m}{2} [\frac{1}{3} (\dot{X}_1 + \dot{Y}_1 + \dot{Z}_1)^2 + \frac{1}{2} (\dot{X}_1 - \dot{Y}_1)^2 + \frac{1}{6} (\dot{X}_1 + \dot{Y}_1 - 2\dot{Z}_1)^2] \\
 + (\frac{1}{2} U_2 + 2u_2) \cdot \frac{1}{3} (X_1 + Y_1 + Z_1)^2 \\
 + \frac{1}{2} u_2 [\frac{1}{2} (X_1 - Y_1)^2 + \frac{1}{6} (X + Y - 2Z)^2]. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Das ist formal die Energie eines räumlichen Oszillators mit Achsensymmetrie. Die Eigenschwingung  $\frac{1}{3} (X_1 + Y_1 + Z_1)$ , die eine reine Volumenschwingung ist, und die beiden anderen, die reinen Torsionen des Tetraeders



ohne Volumenänderung und ohne Änderung der Abstände vom Zentralatom entsprechen, haben bzw. die Eigenfrequenzen

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\Omega^2 + 4\omega^2}, \quad \omega_2 = \omega, \\ \Omega^2 &= U_2/m, \quad \omega^2 = u_2/m. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Die Schwingungen  $X_3, Y_3, Z_3$  und  $X_4, Y_4, Z_4$  stellen dreidimensionale Oszillatoren dar, deren einzelne Komponenten aber paarweise gekoppelt

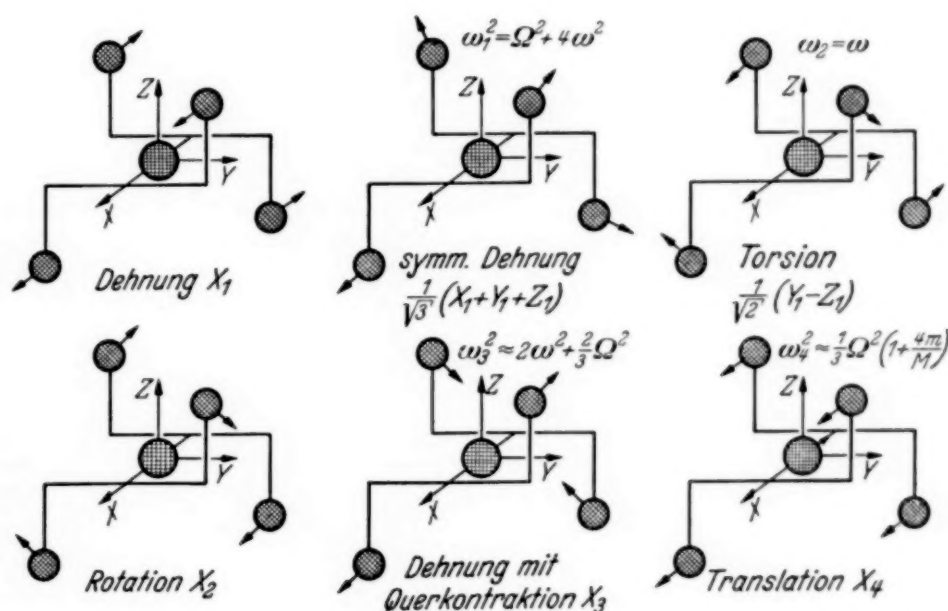


Fig. 1. Verschiedene Eigenschwingungsformen eines tetraedrischen Moleküls.

sind. Wir brauchen daher nur die Komponenten  $X_3$  und  $X_4$  zu betrachten, und führen am bequemsten die Bezeichnungen

$$\sqrt{2} X_3 = x, \quad \sqrt{\frac{M}{M+4m}} X_4 = X$$

ein. Dann geht der entsprechende Teil der Energie in

$$E_3 + E_4 = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{X}^2) + u_2 x^2 + \frac{U_2}{6} \left[ \sqrt{2} x + \sqrt{\frac{M+4m}{M}} X \right]^2 \quad (15)$$

über.

Um die Eigenfrequenzen zu finden, brauchen wir nur die beiden Extremwerte der potentiellen Energie bei der Nebenbedingung  $x^2 + X^2 = 1$  zu bestimmen. Es ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{aligned} \right\} &= \omega^2 + \frac{\Omega^2}{3} + \frac{\Omega^2}{6} \left( 1 + \frac{4m}{M} \right) \\ &\pm \sqrt{\left( \omega^2 + \frac{\Omega^2}{3} + \frac{\Omega^2}{6} \left( 1 + \frac{4m}{M} \right) \right)^2 - \frac{2}{3} \omega^2 \Omega^2 \left( 1 + \frac{4m}{M} \right)}. \quad (16)$$

Wenn  $\Omega^2 \ll \omega^2$ , gilt angenähert

$$\omega_2^2 = 2\omega^2 + \frac{2\Omega^2}{3}, \quad \omega_4^2 = \frac{\Omega^2}{3} \left(1 + \frac{4m}{M}\right). \quad (17)$$

Die Reihenfolge der Frequenzen ist somit  $\omega_1 > \omega_3 > \omega_2 > \omega_4$ . Die ganze gequantelte Energie des Moleküls ist in erster Näherung

$$E = \frac{h^2}{8\pi J} l(l+1) + \frac{h}{2\pi} \omega_1 (n_1 + \frac{1}{2}) + \frac{h}{2\pi} \omega_2 (n_2 + 1) \\ + \frac{h}{2\pi} \omega_3 (n_3 + \frac{3}{2}) + \frac{h}{2\pi} \omega_4 (n_4 + \frac{3}{2}), \quad (18)$$

wobei  $l, n_1, n_2, n_3, n_4$  ganze Zahlen einschließlich Null sind.

Welche von den Eigenfrequenzen am leichtesten und häufigsten erregt wird, läßt sich wohl nur durch praktische Analyse von Bandenspektren tetraedrischer Moleküle  $AB_4$  festlegen. Es sei nur bemerkt, daß die Eigenschwingungen, die zu der letzten und kleinsten Frequenz  $\omega_4$  gehören, denjenigen des diatomigen Moleküls am ähnlichsten sind. Sie entsprechen Schwingungen des Tetraeders und des Zentralatoms relativ zueinander mit unbedeutender Verzerrung des Tetraeders.

Die reinen Volumenschwingungen mit der höchsten Frequenz  $\omega_1$  sind wahrscheinlich viel schwieriger zu erregen.

*Oslo*, Institut für theoretische Physik der Universität, Juni 1937.

## Untersuchung der Elektronenlawine mit der Nebelkammer\*).

Von H. Raether in Jena.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 1. Juli 1937.)

Mit einer Nebelkammer, für die Untersuchung der Stoßionisierungsvorgänge der Elektronen im elektrischen Feld besonders geeignet, werden die Elektronenlawinen sichtbar gemacht und ihre Eigenschaften untersucht. Aus der Länge der Nebelspur und der Dauer des Spannungsstoßes wird die Vorwachsgeschwindigkeit der Lawine bestimmt (Luft  $1,25 \cdot 10^7$  cm/sec,  $H_2$   $0,75 \cdot 10^7$  cm/sec). Ein Vergleich mit den Beweglichkeitsformeln ergibt die thermische Energie der Elektronen. Diese kann unabhängig davon auch aus der Breite der Lawinenspur bestimmt werden, da die thermische Diffusion für die Zerstreuung der Elektronen maßgebend ist. Beide Werte der thermischen Energie stimmen für Luft überein, nicht für  $H_2$ , wofür Gründe angeführt werden. — Die Zündung einer Entladung bei hohen Drucken ist damit der Beobachtung zugänglich und stimmt im wesentlichen mit den bisherigen Vorstellungen überein.

### Einleitung.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die sogenannte „Elektronenlawine“ in der Nebelkammer sichtbar zu machen und ihre Eigenschaften zu untersuchen. Eine „Elektronenlawine“ kommt dadurch zustande, daß sich ein Elektron unter dem Einfluß einer elektrischen Feldstärke in einem Gasraum bewegt und hierbei so viel Energie dem Felde entnimmt, daß es stoßionisieren kann. Die erzeugten Elektronen bilden wiederum neue Ionenpaare, wodurch auf dem Wege zur Anode die Zahl der Elektronen „lawinenartig“ wächst, in gleicher Weise die Zahl der positiven Ionen. Da diese Trägerlawinen den Einleitungsprozeß jeder Gasentladung darstellen, ist ihre Untersuchung von besonderem Interesse. Die Möglichkeit, diese einleitenden Prozesse zu untersuchen, ist durch die Verwendung der Nebelkammer gegeben, die allerdings die Beschränkung auf höhere Drücke (etwa ab 10 Torr) mit sich bringt.

Die Anwendung der Nebelkammer zur Untersuchung von Gasentladungsvorgängen ist vor einigen Jahren von mehreren Autoren u. a. auch vom Verfasser<sup>1)</sup> probiert worden. Während sich diese Arbeiten mit den Entladungen im inhomogenen Feld (Spitzen, Drähte) beschäftigen und zeigen, daß diese das räumliche Analogon der Lichtenbergschen Figuren

\*) Habilitationsschrift der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Jena. — Vorgetragen auf der Gautagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Jena (5. bis 6. Juni 1937).

<sup>1)</sup> U. Nakaja u. F. Yamasaki, *Nature* **134**, 496, 1934; C. D. Bradley u. L. B. Snoddey, *Phys. Rev.* **45**, 432, 1934; H. Kroemer, *Arch. f. Elektrot.* **28**, 703, 1934; H. Raether, *ZS. f. Phys.* **95**, 567, 1935.

darstellen, habe ich gemeinsam mit E. Flegler die den Durchschlagsfunken einleitenden Vorentladungen im homogenen Felde untersucht<sup>1)</sup>. Da die hierbei gefundenen Kanäle zum Teil bereits ein fortgeschrittenes Stadium der Elektronenlawine darstellen, sollen im folgenden die allerersten Stoßionisierungsprozesse näher studiert werden, nach deren Klärung man erst versuchen kann, einen Einblick in die verwickelten Vorgänge in den „Vorentladungskanälen“ zu bekommen, in deren einem der Funke einsetzt. Für diesen Zweck habe ich eine Nebelkammer mit besonderer Anordnung der Elektrodenplatten gebaut, die auch bei großem Elektrodenabstand (ungefähr 4 cm) einwandfrei arbeitet. Dadurch wird die Beobachtung und Ausmessung der Struktur von Ionisierungsbahnen möglich, wie sie in unserer letzten Arbeit<sup>2)</sup> zwar versucht, aber nicht erreicht worden ist. Insbesondere gelingt es, die von der Kathode ausgehende Ionisierungsbahn reproduzierbar im Gasraum endigen zu lassen, so daß die Vorwachs-geschwindigkeit der Lawine gemessen werden kann.

#### *Versuchsanordnung.*

a) *Prinzip der Versuchsanordnung.* Der Gasraum zwischen zwei Metallplatten, die durch einen Glasring gegeneinander isoliert sind, ist als Nebelkammer ausgebildet. Durch das Licht eines Funkens werden auf der als Kathode geschalteten Elektrode einige Elektronen ausgelöst: diese Elektronen stoßionisieren auf ihrem Weg zur Anode bei einem Kammerdruck von etwa 270 Torr Luft in einem Felde von etwa 9 kV/cm so, daß sie etwa 20 Ionenpaare auf 3 cm Weg bilden, die gerade als Nebelspur in der Kammer zu erkennen wären. Bei einer Feldstärke von 9 kV/cm und einem Druck von 270 Torr laufen jedoch die Elektronen nach den Beweglichkeitsformeln mit einer Geschwindigkeit von einigen  $10^7$  cm/sec. Haben wir wie bei den vorliegenden Versuchen einen Elektrodenabstand von 3,6 cm, so darf daher die Spannung von  $3,6 \text{ cm} \cdot 9 \text{ kV/cm} = 32 \text{ kV}$  nur wenige  $10^{-7}$  sec an den Elektroden liegen, damit die Elektronenlawine die Anode gerade nicht erreicht und somit in ihrer Entwicklung verfolgt werden kann. Hierfür geeignete rechteckige Spannungsschübe von einigen  $10^{-8}$  bis  $10^{-7}$  sec Dauer werden mit einer Wanderwellenleitung erzeugt und an die Elektroden der Kammer gelegt, nachdem diese expandiert worden ist. Der übersättigte Dampf kondensiert sich an den gebildeten Ionen und erzeugt Nebelspuren, die im Licht einer Bogenlampe bequem beobachtbar sind.

<sup>1)</sup> E. Flegler u. H. Raether, Naturwissensch. **34**, 591, 1935; ZS. f. techn. Phys. **11**, 435, 1935; ZS. f. Phys. **99**, 635, 1936; H. Raether, Phys. ZS. **15**, 560, 1936. — <sup>2)</sup> E. Flegler u. H. Raether, ZS. f. Phys. **103**, 315, 1936.



*Einzelheiten der Versuchsanordnung.*

b) *Die Nebelkammer.* Um übersichtliche und der Rechnung leicht zugängliche Verhältnisse zu schaffen, wurde ein homogenes elektrisches Feld für die Untersuchung der Elektronenstoßionisierung gewählt. Um aber ein ebenes Feld bei einem Plattenabstand  $d$  (in meinem Falle  $d = 3,6$  cm) zu erhalten, ist zur Vermeidung von Randstörungen ein Elektrodendurchmesser von mehr als  $4d$  notwendig. Der Einbau dieser Elektroden würde eine verhältnismäßig große Kammer erfordern, deren einwandfreies Arbeiten fraglich ist. Es wurde daher eine Anordnung gewählt, wie sie in Fig. 1 und 2 dargestellt ist. Bei dieser Bauart bilden die Elektroden den Boden und Deckel eines Glaszylinders, der die beiden Elektroden voneinander isoliert und dessen Inneres den Kammerraum darstellt. Die Expansion in diesem Volumen wird dadurch ermöglicht, daß die untere Elektrode innerhalb des Glaszylinders von einem feinmaschigen Drahtnetz gebildet wird, unter dem ein mit Gummi abgedichteter Kolben bewegt werden kann, ähnlich wie es in der von P. M. S. Blackett<sup>1)</sup> angegebenen Konstruktion geschieht. In eine Vertiefung des Kolbens kann die Kondensationssubstanz gebracht werden. Die untere Elektrode steht auf Porzellanrohren, desgleichen ist die am Kolben angreifende Stange aus Isolationsmaterial angefertigt, um beide Platten, die untere wie die obere, auf Spannung gegen Erde zu bringen. Das Herunterreißen des Kolbens zwecks Expansion geschieht dadurch, daß an der Kolbenstange ein Hilfskolben befestigt ist, unter dem die Luft plötzlich abgesaugt wird.

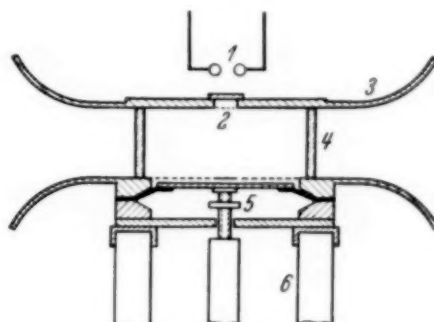


Fig. 1. Schema der Nebelkammer.

1 Funkenstrecke zur Auslösung der Photoelektronen. 2 Öffnung in der Anode für den Durchtritt des Funkenlichtes. 3 Elektroden. 4 Glaszylinder. 5 Kolben, mit Gummimembran abgedichtet. 6 Porzellanfüße.

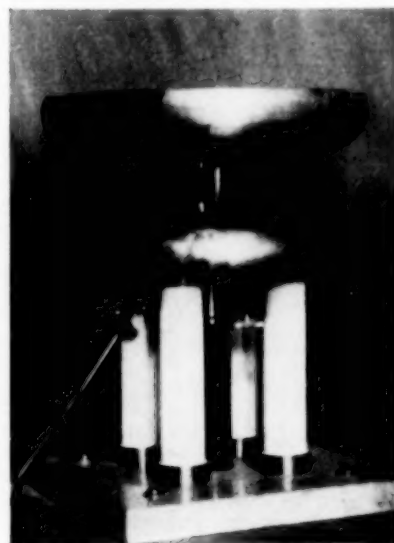


Fig. 2. Ansicht der Nebelkammer.

<sup>1)</sup> P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 281, 1934.

Das Einbringen des Glasringes in den elektrisch beanspruchten Elektrodenzwischenraum kann zwei Nachteile mit sich bringen:

1. Verzerrung des homogenen Feldes,
2. Gleitentladungen längs der Glaswand.

Zu 1. Die Versuche ergaben keine Störungen durch Aufladungen der Glaswand.

Zu 2. Da die Expansion den Druck innerhalb des Ringes gegen den des Außenraumes verringert, wird das Eintreten der Entladungsprozesse innerhalb des Kammerraumes erzwungen. Auf der anderen Seite unterstützt aber der geringe Druck die Neigung zu Gleitentladungen längs der Innenwand des Glases, wodurch die Kammer mit Ionen verseucht und unbrauchbar würde, zumal diese Gleitentladungen nicht nur auf der Glasfläche stattfinden, sondern sich auch in die darüberliegende Gas-schicht ausdehnen<sup>1)</sup>. Begünstigt wird das Auftreten der Gleitentladungen durch die elektrischen Verhältnisse an der Auflagestelle des Elektroden-deckels auf dem Glasring. Diese Schwierigkeit ist schließlich dadurch beseitigt worden, daß der Glasring mit Pizein auf den Elektrodendeckel gekittet wurde. Um aber die Kammer rasch wieder auseinandernehmen zu können, wird nur der obere Deckel mit Pizein angekittet, während der untere mit Apiezon-Wachs *Q* als Dichtung aufgesetzt wird, das zu dünnen Fäden ausgepreßt auf den Rand des Glaszylinders gelegt ist. Die Verwendung von Gummiringen bewährte sich zwar als Dichtung, aber nicht als Schutz gegen Gleitentladungen.

Bald nach den ersten Versuchen wurde der Glasring durch ein Glas-sechseck ersetzt, um plane Begrenzungen zu haben, da durch die Seitenwand der Kammer photographiert wird. Einmal wurde hierdurch die photographische Abbildung verbessert, andererseits wurden die Reflexe beseitigt, die bei Beleuchtung der Entladungsstrecke mit einer für die Aufnahmen notwendigen, sehr intensiven Lichtquelle auftraten und einwandfreie Aufnahmen verhinderten.

Da die Tiefenschärfe des Photoapparates nicht ausreicht, um die in dem Glasring von 9 cm Durchmesser auftretenden Erscheinungen zu erfassen, wurde auf die Mitte des Drahtnetzes, das den Kammerboden bildet, ein kleines, rundes Blech gelötet. Dieses besitzt eine gegenüber dem Netz wesentlich höhere lichtelektrische Ergiebigkeit, so daß das Auftreten von Nebelspuren auf einen Bereich von etwa 15 mm Durchmesser konzentriert wird. Durch ein in der gegenüberliegenden Elektrode (Anode) befindliche,

<sup>1)</sup> Vgl. auch F. Trey, Phys. ZS. **37**, 688, 1936.

mit einem Quarzfenster bedeckte Öffnung, die zur Vermeidung von Feldverzerrungen mit einem Drahtnetz überzogen ist, wird dieses Blech mit ultravioletttem Licht bestrahlt. Um die Intensität der Bestrahlung soweit zu verringern, daß nur wenige Photoelektronen ausgelöst werden, wird dieses Fenster mit feinmaschigen Drahtnetzen belegt.

Als Kondensationssubstanz dient ein Gemisch aus drei Teilen Wasser und einem Teil Alkohol. Bei Zimmertemperatur ( $20^{\circ}\text{C}$ ) hat dieses einen Partialdruck von 16 Torr  $\text{H}_2\text{O}$  und 12,6 Torr  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ . Das Expansionsverhältnis  $\epsilon$ , dessen günstiger Wert mit Hilfe von  $\beta$ -Strahlen eingestellt wird, ist eine Funktion des Druckes wie Tabelle 1 zeigt.

Tabelle 1.

Abhängigkeit des Expansionsverhältnisses  $\epsilon$  vom Anfangsdruck  $p_a$ .

Luft		Wasserstoff	
$p_a$ (Torr)	$\epsilon$	$p_a$ (Torr)	$\epsilon$
320	1,17	600	1,17
100	1,25	320	1,18
50	1,39	200	1,22
		100	1,31

Der Gasdruck, der am Ende der Expansion in der Kammer herrscht und der für die zu diesem Zeitpunkt stattfindenden Prozesse maßgebend ist, beträgt  $p_a/\epsilon$  Torr, bezogen auf  $20^{\circ}\text{C}$ .

Am Ende der Expansion soll infolge der adiabatischen Ausdehnung ein Enddruck von  $0,7 p_a$  bei einer Temperatur von etwa  $260^{\circ}\text{K}$  herrschen. Auf  $293^{\circ}\text{K}$  bezogen ergibt dies  $p_a/1,3 = 0,77 p_a$ . Größen, die bei gleicher Dichte des Gases von der Temperatur abhängen, wie z. B. nach Sutherland die freie Weglänge, könnten daher beeinflußt werden; die Ausrechnung gibt aber nur eine geringe Korrektur ( $\lambda_{260^{\circ}} = 0,96 \lambda_{293^{\circ}}$ ).

Die Elektronen stoßionisieren außer im verwendeten Gas auch im Dampf der Kondensationssubstanz. Ihre Stoßfunktion in  $\text{H}_2\text{O}$  ist bekannt<sup>1)</sup>, dagegen nicht in  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ . Die Herren Costa und Tzschaschl hatten die Freundlichkeit, diese für meine Zwecke zu messen (s. Tabelle 2).

Tabelle 2. Stoßfunktion für  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ .

$E/p$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	$\alpha/p$	$E/p$ ( $20^{\circ}\text{C}$ )	$\alpha/p$
40	$3,5 - 5 \cdot 10^{-2}$	60	$19 - 22 \cdot 10^{-2}$
50	$8 - 10 \cdot 10^{-2}$	100	$91 \cdot 10^{-2}$

( $E$  Feldstärke,  $p$  Druck,  $\alpha$  Zahl der von einem Elektron auf 1 cm Weg erzeugten Ionenpaare bei 1 Torr.)

<sup>1)</sup> Z. B. Engel-Steenbeck, Elektrische Gasentladungen. I. W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchfeldstärke.

Sowohl 96%iger, wie wasserfreier Alkohol ergaben gleiche Werte, die zwischen der Wasser- und der Luftkurve verlaufen. Unter diesen Verhältnissen ist die Mehrionisierung infolge des geringen Partialdruckes dieser Dämpfe außer bei ganz geringen Gasdrücken zu vernachlässigen.

c) Stoßanlage. Da beide Elektroden gegeneinander isoliert sind, können sie auf entgegengesetzt gleiche Spannung gebracht werden. Es

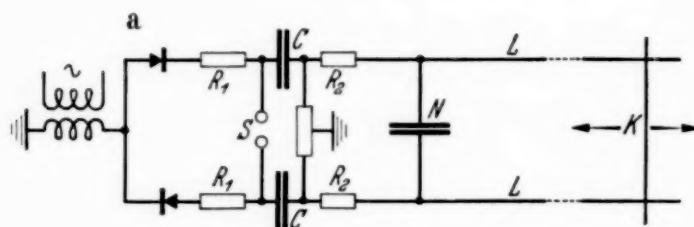


Fig. 3a. Stoßspannungsanlage zur Erzeugung angenäherter Rechteckstöße.

*S* Ölschalter, *R*<sub>1</sub> Schutzwiderstände, *R*<sub>2</sub> Dämpfungswiderstände (*R*<sub>2</sub> = 1/2 Wellenwiderstand der Doppelleitung *L*), *N* Nebelkammer, *K* Kurzschluß.

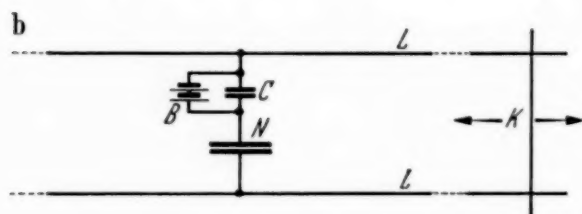


Fig. 3b. Schaltung der Hilfsspannung *B* zur Beseitigung der Restionen in der Nebelkammer *N*.

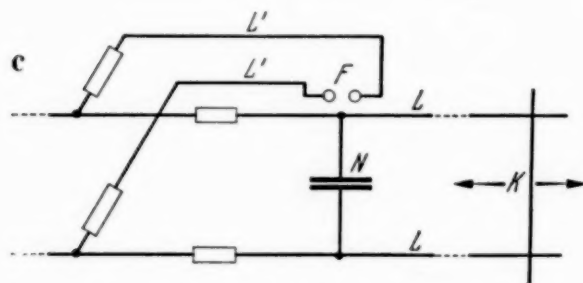


Fig. 3c. Schaltung der Leitung *L'* zur Zündung der Funkenstrecke *F*, deren Licht Elektronen auf der Kathode in der Kammer auslösen soll.

wurde daher mit der in Fig. 3a abgebildeten symmetrischen Stoßanlage gearbeitet, die den Vorteil hat, mit niedrigen Spannungen gegen Erde auszukommen.

Die Länge der Doppelleitung *L* betrug bei meinen Versuchen maximal 84 m, so daß Rechteckstöße bis

$$\text{zu } t = \frac{2L}{c} = \frac{2 \cdot 84}{3 \cdot 10^8}$$

=  $3,6 \cdot 10^{-7}$  sec Dauer erzeugt werden konnten. Die Rechteckform des Spannungsstoßes konnte nicht geprüft werden, da ein geeigneter Elektronenstrahl-oszillograph nicht zur Verfügung stand. Es läßt sich jedoch umgekehrt aus der Homogenität der Spur und deren Reproduzierbarkeit bei Veränderung von Schaltelementen sagen, daß der Rücken des Spannungsstoßes weitgehendst von Schwingungen frei

war, da Spannungsspitzen von etwa  $1 \cdot 10^{-8}$  sec Dauer leicht hätten nachgewiesen werden können. Solche überlagerte Schwingungen verraten sich durch eine perlschnurartige Struktur der Nebelspur, da in den Spannungsbergen die Ionisierung zunimmt und in den Tälern abnimmt. Einem Abstand dieser Ionisierungsmaxima von etwa 0,1 cm (in Luft) entspricht eine



Schwingung von etwa  $0,7 \cdot 10^{-8}$  sec Dauer. — Die Stirn der Rechteckwelle, d. h. die Zeit, die bis zum Erreichen der vollen Spannung verstreicht, ist für die hier mitgeteilten Beobachtungen von untergeordneter Bedeutung (vgl. S. 107). Wir können jedoch annehmen, daß diese etwa 10 m betrug, ein Wert, wie er bei einer ähnlichen Anordnung und ähnlichen Spannungen von M. Messner<sup>1)</sup> gemessen wurde.

Da zur Beseitigung von Restionen an der Wilson-Kammer ein elektrisches Feld liegen muß, die Elektroden aber über die kurzgeschlossene Leitung verbunden sind (s. Fig. 3a), wurde die in Fig. 3b abgebildete Schaltung verwendet. Der Batterie *B* wurde die Kapazität *C*, die groß gegen die der Kammer ist, parallel geschaltet, um die Stoßwelle ungehindert hindurchtreten zu lassen. Um innerhalb der Stoßzeit freie Elektronen zur Zündung der Lawinen zur Verfügung zu haben, wurde die lichtelektrische Auslösung von Elektronen durch das ultraviolette Licht eines Al-Funkens benutzt. Hierzu wurde eine Schaltung verwendet, die Fig. 3c zeigt und bereits früher verwendet worden ist<sup>2)</sup>. Zur Hauptleitung ist eine Parallelleitung geschaltet (Gummikabel), an deren Ende die Funkenstrecke *F* gelegt wird. Auf diese Weise läuft gleichzeitig mit dem Spannungsstoß der Hauptleitung eine Spannungswelle in die Parallelleitung und bringt die Funkenstrecke *F* zum Ansprechen. Da die Leitungslänge vom Verzweigungspunkt zur Nebelkammer kürzer ist als die Leitung zur Funkenstrecke *F*, zündet die Funkenstrecke, nachdem die Spannung bereits an der Kammer liegt. — Die Zeitkonstante des Funkenkreises ist groß gegen die des Hauptkreises, so daß keine Rückwirkung auf die Spannungshöhe der Hauptwelle zu befürchten war.

Mit einem Pendel wird die günstigste Aufeinanderfolge von Expansion und Anlegen der Stoßspannung, d. h. Betätigung des Hochspannungsschalters *S* eingestellt, indem auf dem Pendelbrett der Abstand der Schalter der elektromagnetisch betriebenen Auslösevorrichtungen verändert wird. Um Neuaufladungen des Kondensators zu verhindern, wird durch einen weiteren Schalter die primäre Spannung im geeigneten Augenblick abgeschaltet. Soll die Nebelspur photographiert werden, so betätigt ein vierter Schalter das Relais zur Auslösung des photographischen Verschlusses.

### *Versuchsergebnisse.*

#### *I. Einsatz der Stoßionisierung.*

In Luft von 280 Torr ( $20^{\circ}$  C) werden die ersten Tröpfchen bei Feldstärken von etwa 9,4 kV/cm ( $E/p = 33,5$ ) beobachtet, wenn die Stoß-

<sup>1)</sup> M. Messner, Arch. f. Elektrot. **30**, 15, 1936. — <sup>2)</sup> E. Flegler u. H. Raether, ZS. f. Phys. **103**, 315, 1936.

dauer einer Spurenlänge von 2,5 cm entspricht. Auf Grund der Stoßfunktionen berechnet man die Zahl der gebildeten Ionenpaare  $e^{ad} = e^{1,2 \cdot 2,5}$  zu  $\sim 20$  in hinreichender Übereinstimmung mit der Beobachtung. Diese liegen infolge des exponentiellen Anstieges hauptsächlich auf der zweiten Hälfte des Weges; die Beobachtung zeigt auch, daß die Tropfendichte an der Kathode praktisch Null gegenüber der des Spurenkopfes ist. Verkürzt man die Stoßdauer entsprechend 1,5 cm Spurenlänge, so erhält man die



Fig. 4. Elektronenlawinen in der Nebelkammer. (0,75 nat. Größe.) Kathode unten. Luft 273 Torr, 11 kV/cm,  $1,4 \cdot 10^{-7}$  sec Dauer des Spannungsstoßes. Die Zahl der gebildeten Ionen beträgt pro Lawine einige  $10^3$ .

ersten Spuren erst bei  $\sim 9,8$  kV/cm ( $E/p = 35$ ). Die Zahl der gebildeten Ionenpaare beträgt dann trotz kürzeren Weges wiederum etwa 25. In  $H_2$  ist die Übereinstimmung mit den berechneten Werten hinreichend, sie liegen etwas höher als in Luft:  $e^{ad} \sim 40$  bis 50 bei Spurenbeginn ( $E/p \sim 20$  bei 450 Torr).

Die hier angegebenen Werte stimmen besser mit den berechneten Werten überein als bei unseren früheren Versuchen<sup>1)</sup>, was auf die verbesserten Bedingungen (größerer Elektrodenabstand) zurückzuführen ist.

Wird die Spannung erhöht, so wächst die Trägerdichte rasch an, die Nebelspur aber behält ihre Länge bei. Für die im folgenden mitgeteilten Versuche wurde meist eine solche Spannung gewählt, daß die Spur gut erkennbar war. Fig. 4 zeigt solche Elektronenlawinen.

## II. Vorwachs-geschwindigkeit der Elektronenlawine.

a) *Meßmethode.* Um die Vorwachs-geschwindigkeit der Nebelspur zu messen, mußte sowohl ihre Länge als die Zeit ihrer Entwicklung bekannt sein. Die Länge der Nebelspur wurde auf der photographischen Platte ausgemessen oder visuell mit Längenmarken verglichen, die auf der vorderen und hinteren Glaswand der Kammer angebracht waren. Die zugehörige Zeit konnte nicht der Dauer des Spannungsstoßes  $T = 2L/c$  ( $L$  = Leitungslänge zwischen Nebelkammer und Kurzschlußbügel,  $c$  = Lichtgeschwindigkeit) gleichgesetzt werden. Dies hatte darin seinen Grund: Die Bestrahlung durch die Funkenstrecke setzt ein, nachdem die Spannung bereits einige  $10^{-8}$  sec an der Nebelkammer gelegen ist, da sie an der

<sup>1)</sup> E. Flegler u. H. Raether, ZS. f. Phys. **103**, 315, 1936.

Funkenstrecke später eintrifft als an der Nebelkammer und weiterhin die Funkenstrecke eine gewisse Verzögerung hat, nach deren Verstreichen die Strahlung aus der Funkenentladung emittiert wird. Daher beginnt die Lawine ihren Lauf, nachdem an der Kammer die volle Spannung bereits eine gewisse Zeit gelegen ist. Diese Verzögerungszeit erwies sich als hinreichend konstant, was dadurch wesentlich erreicht wurde, daß dieser Funken unter sehr hoher Überspannung gezündet wurde. Infolgedessen streuten die Längen der Nebelspur im allgemeinen nur etwa um  $\pm 1$  bis 2 mm. Traten kürzere Lawinen auf, die von später ausgelösten Elektronen herrühren, so wurden nur die längeren Spuren berücksichtigt. — Visuell wurde in der Weise gemessen, daß die Leitungslänge solange geändert wurde, bis die Spuren 5 bis 10 an der Zahl die 1 cm Marke berührten. Daraufhin wurde die Leitung so weit verlängert, bis die Spuren die 2 bzw. 3 cm Marke berührten. Es wurden z. B. folgende Zahlen erhalten:

Marke: 1 cm: Leitungslänge: 14 m  
 „ 2 cm: „ 26 m

Wir haben also eine Verlängerung der Spur um 1 cm bei Erhöhung der Stoßdauer um

$$t = \frac{2L}{c} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10^8} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Hieraus folgt die Vorwachs-geschwindigkeit

$$u = \frac{1 \pm 0,15}{8 \cdot 10^{-8}} = 1,25 \pm 0,2 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

Bei 270 Torr Luft (20°C) und einer Feldstärke von 11 kV/cm, d. h.  $E/p = 41$ . Jede Zahl wurde mit etwa fünf Expansionen belegt. — Genauer wurde auf photographischem Wege die Zunahme der Spurenlänge mit der Verlängerung der Stoßzeit bestimmt. Beispiele für diese Messungen geben Fig. 5 und 6 wieder.

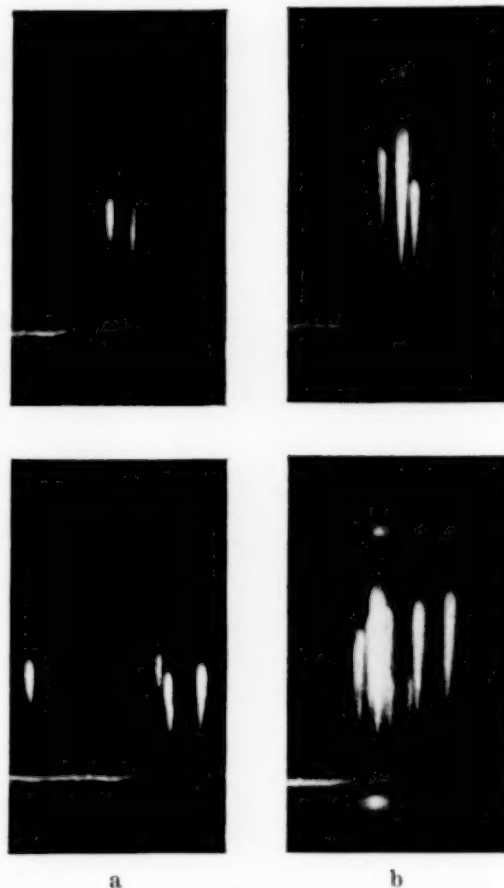


Fig. 5. Elektronenlawinen in der Nebelkammer. (0,6 nat. Größe.)

[Wie auch in den folgenden Bildern rühren die horizontalen Linien von der oberen und unteren (Kathode) Elektrode her.] Gleiche Bedingungen wie Fig. 4 (10,5 kV/cm). Unterschied der Spannungsdauer zwischen a und b:  $1 \cdot 10^{-7}$  sec.

## b) Meßergebnisse.

Tabelle 3. Meßwerte der Fortschreitgeschwindigkeit der Lawine bei verschiedenen Drucken und Gasen.

Gas (20° C)	$p$ (Torr)	$E$ (kV/cm)	$E/p$	$u$ (cm/sec)
Luft	270	11	41	$\left. \begin{array}{l} 1,25 \\ 1,4 \\ 1,6 \end{array} \right\} \pm 0,2 \cdot 10^7$
	143	5,3	37	
	80	4	50	
Wasserstoff	510	11,4	22,5	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 0,75 \pm 0,2 \cdot 10^7$
	270	6,6	24,5	
	124	3,6	29	

Die in Tabelle 3 wiedergegebenen Werte sind bei den angegebenen Gasdrucken ausgeführt, wozu der Partialdruck der Kondensationsdämpfe: 13,7 Torr  $\text{H}_2\text{O}$  + 10,8 Torr  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  (bei  $\varepsilon = 1,17$ ) gezählt ist.

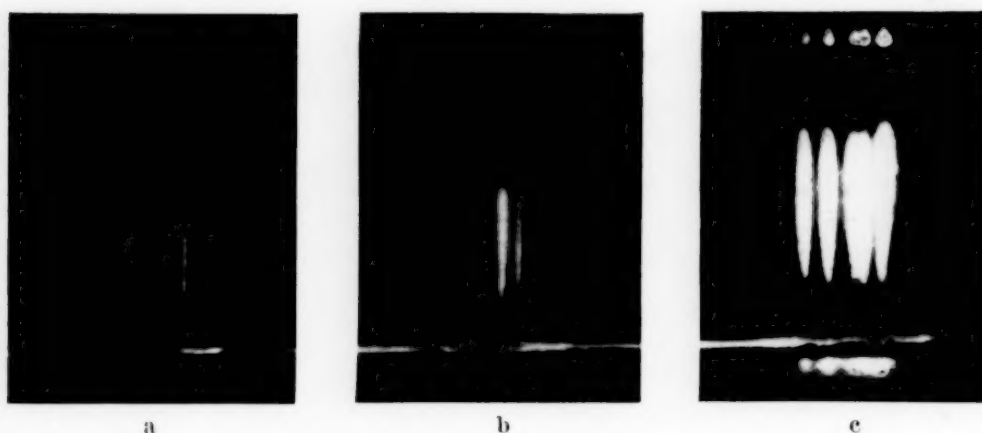


Fig. 6. Elektronenlawinen in der Nebelkammer. (0,75 nat. Größe.)

Wasserstoff. a)  $1,07 \cdot 10^{-7}$  sec Stoßdauer, 525 Torr, 11 kV/cm. b)  $6,7 \cdot 10^{-8}$  sec länger 525 Torr, 11 kV/cm. c) Etwa  $2,5 \cdot 10^{-7}$  sec Stoßdauer, 275 Torr, 7 kV/cm.

Der Luftwert bei 270 Torr wurde bei festem  $p$  in einem Bereich von  $E/p = 33$  bis  $\sim 42$  gemessen. Da für den statischen Durchschlag  $E/p \sim 39$  beträgt, können die Vorwachsengeschwindigkeiten und Eigenschaften der Lawine bei Spannungen gemessen werden, die über der statischen Durchschlagsspannung liegen, so daß sich ein Teil des als Verzögerungszeit bekannten Zündverzuges unmittelbar als Entwicklungszeit der Lawine zeigt.

Um zu prüfen, ob die Geschwindigkeit nicht nur von  $E/p$ , sondern von  $p$  allein abhinge, wurde bei tieferen Drucken und möglichst gleichem  $E/p$  gemessen. Es konnte jedoch zum Teil erst bei höherem  $E/p$  gemessen werden, da mit abnehmendem Druck das zugehörige  $\alpha$  zu klein wird, um eine sicht-



bare Spur zu erzeugen. Innerhalb der Fehlergrenzen zeigt sich, daß die Fortschreitgeschwindigkeit nur eine Funktion von  $E/p$  ist. Der geringe Anstieg von  $u$  mit  $E/p$  in Luft findet seine Erklärung in der Art der Abhängigkeit des  $u$  von  $E/p$  (vgl. S. 102, 103). Bei  $H_2$  konnte infolge stärkerer Streuung diese Zunahme nicht beobachtet werden.

c) *Diskussion der Ergebnisse.* Die so gemessenen Werte lassen sich mit der Fortschreitgeschwindigkeit eines Elektrons in Richtung der Feldlinien vergleichen: Bekanntlich ist die Fortschreitgeschwindigkeit eines Elektrons in starken elektrischen Feldern ( $E$ ), in denen es auf einer freien Weglänge ( $\lambda$ ) eine Energie aufnimmt, die groß gegen seine thermische Energie (im Gleichgewichtszustand mit dem umgebenden Gas) ist, proportional  $\sqrt{E}$ . Für Luft ist die auf einer Weglänge aufgenommene Spannung  $E\lambda \sim 1$  Volt, also sehr groß gegen die thermische Energie von  $1/25$  Volt. Nimmt man an, daß das Elektron bei dem Stoß mit einer Molekel seine gesamte Energie verliert, so erhält es die höchstmögliche Fortschreitgeschwindigkeit im Feld. Bei Annahme Maxwell'scher Verteilung der freien Weglängen erhält man

$$u = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{e}{m} E \lambda}.$$

Mit  $E/p = 40$  und  $\lambda_1 = 2,63 \cdot 10^{-2}$  (bei 1 Torr) erhalten wir in Luft  $u = 3,5 \cdot 10^7$  cm/sec. Dieser Wert liegt beträchtlich höher als der gemessene, so daß die Voraussetzung des vollkommen unelastischen Stoßes nicht richtig ist. Wir nehmen daher mit Hertz<sup>1)</sup> an, daß das Elektron nur den  $\alpha$ -ten Teil seiner kinetischen Energie  $U$  beim Stoß verliert, also den nächsten Freiflug mit  $(1 - \alpha)U$  beginnt, wobei alle Flugrichtungen gleich wahrscheinlich sind. Auf Grund der unvollständigen Energieabgabe des Elektrons steigt seine Energie über die der positiven Ionen. Infolge der Streuung des Elektrons aus der Feldrichtung legt es die Weglängen nicht mehr ausschließlich in Feldrichtung zurück, so daß es auf einem Freiflug dem Feld weniger Energie entnimmt als im obigen Falle und in Feldrichtung eine geringere Fortschreitgeschwindigkeit erhält.

Daher nehmen wir an (eine Voraussetzung, die sich nachher als richtig erweisen wird), daß die auf einer Weglänge aufgenommene Energie klein ist gegen die kinetische Energie des Elektrons, so daß wir für die feldgerichtete Geschwindigkeit ansetzen können:

$$u = bE, \quad b = \frac{e}{m} \frac{\lambda}{v}.$$

<sup>1)</sup> G. Hertz, Verh. d. Phys. Ges. 1917, S. 268.

$v$  ist die der kinetischen Energie des Elektrons entsprechende ungeordnete Geschwindigkeit. Nun ist diese Energie des Elektrons nicht bekannt, wir wissen von ihr nur, daß sie zur Ionisierung der Gasmolekeln ausreichen muß. Wir haben daher in Tabelle 4 aus der gemessenen Fortschritgeschwindigkeit  $u$  die thermische Energie  $U$  mit Hilfe der aus  $u = bE$  folgenden Formel

$$U = \frac{e/m \lambda^2 E^2}{2u^2}$$

berechnet.

Tabelle 4. Werte der thermischen Energie  $U$  berechnet aus der Geschwindigkeit  $u$  ( $U_j$  Ionisierungsspannung).

Gas	$U$ (Volt)	$U_j$ (Volt)	$\alpha$
Luft	$\sim 6$ (zwischen 3–9)	16,3	$\sim 1,4 \cdot 10^{-2}$
H <sub>2</sub>	$\sim 17$ (zwischen 7–27)	16	$\sim 1,8 \cdot 10^{-3}$

Formal können wir  $\alpha$  berechnen, wo  $\alpha$  den relativen Energieverlust  $\Delta U/U$  pro Stoß bedeutet ( $U$  Energie vor dem Stoß), denn im Gleichgewicht ist die pro Stoß abgegebene Energie  $\alpha U$  gleich der vom Feld aufgenommenen Energie  $eE \lambda \frac{u}{v}$  ( $E$  Feldstärke,  $\lambda \frac{u}{v}$  Komponente der Weglänge in Feldrichtung). Tabelle 4 enthält die so berechneten Werte von  $\alpha$ . Diese  $\alpha$  Werte sind größer als die des elastischen Stoßes, wie zu erwarten.  $\alpha$  stellt jedoch durch die Art seiner Einführung  $\Delta U = \alpha U$  [ $\alpha = \text{const} (!)$ ] bei unelastischen Stößen einen groben Mittelwert dar, dessen physikalische Bedeutung gering ist. — Mit Einführung von  $\alpha$  wird  $u = bE = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{e}{m}} E \lambda = 0,84 \sqrt[4]{\alpha} \sqrt{\frac{e}{m}} E \lambda$ . Die Berücksichtigung der Maxwell-Verteilung gibt nach Engel und Steenbeck<sup>1)</sup> statt 0,84 einen Faktor 0,87. [S. 184, Formel (258c) heißt es  $w$  statt  $w_e$ .]

Vergleichen wir die berechneten thermischen Energien mit der Ionisierungsspannung, so scheint  $U$  für Luft zu klein. Nehmen wir jedoch Maxwell-Verteilung an, so reicht die Zahl der noch zur Ionisierung führenden Stöße völlig aus. Der H<sub>2</sub>-Wert ist dann im Vergleich dazu etwas hoch. Dieser zu hohe Wert von H<sub>2</sub> hat sehr wahrscheinlich seine Ursache darin, daß wir für die freie Weglänge  $\lambda$  den gaskinetischen Wert  $4,8 \cdot 10^{-2}$  cm (bei 1 Torr) eingesetzt haben, während  $\lambda$  in dem hier betrachteten Energiebereich durchweg kleiner (bis zu  $\frac{1}{4} \lambda_{\text{gaskin}}$ ) ist. Diese Korrektur bringt  $U_{\text{H}_2}$  in die Nähe des Luftwertes. Bei Luft ist die Abweichung von  $\lambda$  vom gaskinetischen Wert nicht so erheblich.

<sup>1)</sup> Engel-Steenbeck, Elektrische Gasentladungen. I. S. 184.

Wir haben uns also die Bewegung des Elektrons in Luft so vorzustellen: Auf den ersten Weglängen erhält es im Mittel  $\sim 1$  Volt Energie pro freie Weglänge von dem Feld, gibt aber nur  $\sim 1/100$  seiner Energie im Mittel nach jedem Stoß ab, so daß seine thermische Geschwindigkeit dauernd zunimmt. Nach etwa 150 Weglängen hat es  $0,99 U = \sim 6$  Volt. Es liegt seine mittlere Energie weit über der mittleren thermischen Energie der Ionen ( $\sim 45000^\circ$  gegen  $\sim 300^\circ$ ).

Wie oben gezeigt, erweist sich die Fortschreitgeschwindigkeit  $u$  innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen als eine Funktion von  $E/p$ , wie es auch der angegebenen Formel entspricht. Da genauer  $u \sim \sqrt{E/p}$  ist, so bewirkt eine Erhöhung von  $E/p$  nur eine geringe Zunahme von  $u$ . Eine gewisse Bestätigung bei Berücksichtigung der Fehlergrenzen gibt die Messung von  $u$  bei tieferen Drucken ( $E/p = 50$ ). Man berechnet

$$u_{80\text{ T}} = u_{270} \sqrt{\frac{50}{40}} \sim 1,45 \cdot 10^7 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

während  $1,6 \cdot 10^7$  cm/sec beobachtet ist. Eine genauere Prüfung der Wurzelabhängigkeit ist jedoch nicht möglich, da der zur Verfügung stehende Spannungsbereich nicht ausreicht. Nach unten ist er durch das Aufhören der Ionisation begrenzt (vgl. S. 97), nach oben ist dadurch eine Schranke gegeben, daß sich der Lawinenkopf stark verbreitert und starke Streuungen auftreten (Luft  $E/p \sim 43$ ). Auf diese bei Steigerung der Spannung eintretenden Erscheinungen soll jedoch an dieser Stelle noch nicht eingegangen werden, da sich die vorliegende Arbeit auf die Zündung einer Entladung bei hohen Drucken beschränkt. Einem zweiten Teil sollen die Beobachtungen bei höheren Spannungen vorbehalten werden, die dann zur Frage des Selbständigwerdens einer Elektronenlawine führen.

In den untersuchten Gasen befindet sich der nicht zu vermeidende Dampf der Kondensationssubstanz (Wasser—Alkoholgemisch), dessen Einfluß auf die Messungen zu berücksichtigen ist. Im besonderen ist die Anlagerung der Elektronen an die Fremdmoleküle möglich. Hat das Elektron das Metall verlassen und lagert sich nach wenigen Stößen an ein  $\text{H}_2\text{O}$  oder  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ -Molekül, so scheidet es für die Lawinenbildung aus. Sollte es wieder frei werden, so ist die Spannung abgesunken bzw. nur noch wenige Zeit wirksam. Da im allgemeinen die Anlagerungswahrscheinlichkeit geringer als die Ionisierungswahrscheinlichkeit ist, hat das Primärelektron ein neues Elektron erzeugt, bevor es durch Anlagerung verloren geht. Je mehr

Elektronen also nebeneinander herlaufen, um so geringeren Einfluß hat die Anlagerung. Wenn daher eine Lawine erst bis zu einer gewissen Elektronenzahl angewachsen ist, wird sich die Anlagerung nur in einer Verminderung der gebildeten Trägerzahl bemerkbar machen, aber nicht in einer Veränderung der Fortschreitgeschwindigkeit. Die Tatsache, daß weitgehendste Änderung des Gasdruckes ohne Wirkung auf diese Geschwindigkeit ist, stützt diese Betrachtungen.

Die Beobachtung der Entladungen im gut verdunkelten Raum ergibt bei höheren  $E/p$ -Werten (Luft  $E/p \sim 43$ ) ein schwaches diffuses Leuchten des Lawinenkopfes, also des anodenseitigen Endes der Spur. Dies ist erklärlich, da die nach der Anode zu steigende Elektronenzahl eine intensivere Emission am Lawinenkopf bewirkt.

### *III. Form der Lawinenspur.*

Sehen wir von dem Primärelektron ab, das die Lawine verursacht hat, so sind nach einer Strecke  $x: e^{\alpha x} - 1$  positive Ionen und Elektronen gebildet. ( $\alpha$  Anzahl der von einem Elektron auf 1 cm Weg gebildeten Ionenpaare.) Da die Spannung nur  $1 - 2 \cdot 10^{-7}$  sec wirkt, kommen die Ionen im Gegensatz zu den Elektronen infolge ihrer geringen Beweglichkeit nur wenige  $10^{-2}$  cm von der Stelle und bleiben daher praktisch an ihrem Entstehungsort liegen. Die Trägerdichte längs des Kanals ist daher, bei nicht zu hohen Dichten wenigstens, der Zahl der gebildeten Ionen proportional, d. h. gleich  $dN/dx = \alpha e^{\alpha x}$ . Der auf den Aufnahmen (vgl. Fig. 4, 5 u. 6) erkenntliche Schwärzungsanstieg der Spur deutet auf die rasch zunehmende Zahl von Ionen hin. Neben der zunehmenden Intensität der Spur ist eine wachsende Verdickung gegen die Anode zu bemerken. Da die schnellbeweglichen Elektronen die gebildeten Ionen als Spur hinterlassen (und den Kopf der Lawine bilden, falls sie im Gasraum endet), muß also der Elektronenschwarm bereits die beobachtete Ausdehnung gehabt haben, d. h. die Elektronen sind auf ihrem Weg zur Anode nicht genau den Kraftlinien gefolgt, sondern wurden seitlich abgelenkt. Hierfür gibt es zwei Gründe:

1. Elektrostatische Abstoßung der Elektronen.
2. Thermische Diffusion der Elektronen.

Eine Verbreiterung durch verspätete Kondensation und Fixierung der Ionen ist ohne Einfluß, da  $\alpha$ -Teilchen ähnliche Ionendichten erzeugen und dünnere Spuren geben.



1. Die elektrostatische Abstoßung hat keinen merkbaren Einfluß, da die Verstärkungen  $e^{\alpha x}$  und damit die Trägerdichten zu gering sind: Nehmen wir die fortschreitende Elektronenwolke als Kugel an, so ist die Expansionsgeschwindigkeit

$$\frac{dr}{dt} = b E_r.$$

$r$  Radius der Wolke,  $b$  Beweglichkeit,  $E_r$  radiale Feldstärke

$$= \frac{Q}{4\pi \Delta r^2} \left( Q = e^{\alpha x}, \Delta = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}} \right).$$

Integriert

$$r^3 = r_0^3 + \frac{3}{4\pi \Delta \alpha E_0} e^{\alpha x}$$

( $r_0 = r$  für  $t = 0$ ,  $E_0$  angelegte Feldstärke). Für  $E_0 \sim 10^4$  Volt/cm und  $e^{\alpha x}$  bis  $10^6$  bleibt  $r \cong r_0$ , wobei  $r_0$  sehr klein sein kann.

2. Die Diffusion aus der Feldrichtung infolge der thermischen Energie der Elektronen ist dagegen von ausschlaggebendem Einfluß, zumal diese Energie nach den Beweglichkeitsmessungen (s. S. 102) beträchtlich ist. Wir haben daher in dem Vergleich der beobachteten seitlichen Ausdehnung der Ionisierungsbahn mit dem berechneten seitlichen Diffusionsweg eine zweite unabhängige Möglichkeit die thermische Energie der Elektronen zu erhalten. Die Berechnung geht folgendermaßen: Die Elektronen haben nach dem Stoß eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum angelegten Feld und werden sich nach einer Gaußschen Verteilung über den Querschnitt der Lawine zerstreuen, so daß das mittlere Quadrat der Ablenkung  $\overline{y^2} = 2Dt$  ist ( $D$  Diffusionskoeffizient,  $t$  Zeit). Um einen Vergleich mit der beobachteten Breite der Lawinenspur anzustellen, müssen wir berücksichtigen, daß wir nicht das mittlere Quadrat der Ablenkung messen, sondern einen „Rand“ der Spur beobachten, der durch die Tröpfchendichte gegeben ist, die gerade noch erkannt werden kann (und in gewissen Grenzen auch von der Belichtung abhängig ist). Wir wollen annehmen, daß 10 Tropfen pro  $\text{mm}^2$  den Rand der Spur bilden und damit den Diffusionskoeffizienten bzw. die thermische Energie ausrechnen.

Gehen  $N_0$  Elektronen von der Stelle  $x = 0$  ( $t = 0$ ) aus, so sind diese in einer Ebene, die in einer Entfernung  $x$  von der Kathode ( $t = x/u$ ) liegt, mit einer Dichte

$$n = \frac{N_0}{4\pi Dt} e^{-\frac{r^2}{4Dt}}$$

verteilt ( $r$  Abstand von der Achse). Wir beobachten diese in der Projektion auf die  $y$ -Achse und integrieren daher über  $z$  (Koordinate in Blickrichtung) von  $-\infty$  bis  $+\infty$  und erhalten

$$\frac{dn}{dy} = \frac{2N_0}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{y^2}{4Dt}}.$$

Um den Vergleich mit der Elektronenlawine anzustellen, können wir  $N_0 = e^{\alpha x}$  setzen, obgleich diese Elektronen nicht alle von  $x = 0$  ausgehen, sondern erst unterwegs gebildet werden. Man sieht aber leicht ein, daß der Entstehungsort der Sekundärelektronen nach  $x = 0$  verlegt werden kann. Weiterhin können wir  $dn/dy$  nicht der Tröpfchenzahl z. B. pro mm setzen, da wir nicht die Elektronen, sondern die Ionen sehen. Wir lassen daher die  $dn$  Elektronen eine Strecke  $dx$  laufen, dann bilden sie  $A = \alpha dx dn$  Ionen. Nun haben wir  $A/dx dy \sim 10^3$  als Rand der Spur angenommen und erhalten, wenn wir setzen:

$$\frac{b}{D} = \frac{2}{3U} \quad ^1)$$

( $U$  thermische Energie),

und

$$Dt = D \frac{x}{u} = \frac{Dx}{bE_0} = \frac{3}{2} \frac{Ux}{E_0}$$

( $E_0$  angelegte Feldstärke).

$$\frac{10^3}{\alpha} = \frac{2e^{\alpha x}}{\sqrt{6\pi Ux}} e^{-y_R^2 \frac{E_0}{6Ux}}$$

als Beziehung zwischen  $U$  und  $y_R$  bzw.  $x$  und  $y_R$ , wo  $y = y_R$  den Spurenrand bedeutet.

Der Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y_R$  gibt die Form der Lawine. In erster Näherung läßt sich diese darstellen als

$$y_R = \sqrt{\frac{6U\alpha}{E_0}} x.$$

d. h. eine keilförmige Gestalt der Spur. Die weggelassenen Glieder bewirken bei kleinen  $x$  eine Verringerung des Keilwinkels. Ein Vergleich mit dem

<sup>1)</sup> Siehe z. B. Engel-Steenbeck, Elektr. Gasentladungen. I. S. 192.

Profil der Spuren zeigt eine befriedigende Übereinstimmung. Ollendorf<sup>1)</sup> berechnete mit der Annahme thermischer Diffusion für das Lawinenprofil eine Parabel, da er das mittlere Quadrat der Ablenkung  $\overline{y^2} = \frac{2D}{u} x$  betrachtete (vgl. S. 105).  $\sqrt{\overline{y^2}}$  wird jedoch kaum der Beobachtung zugänglich sein.

Wie bereits auf S. 97 hervorgehoben wurde, zündet die Lawine, nachdem die Spannung bereits ihren vollen Wert erreicht hat. Die Stirn des Spannungsstoßes beeinflußt daher nicht den Anfang der Lawine, dafür aber ihr Ende, da die Ionisation nicht plötzlich gestoppt wird. Die Ionisationsgrenze wird rasch unterschritten und die Elektronen laufen ohne zu ionisieren in dem sich rasch senkenden Feld. Die zurückgelegte Strecke beträgt nur wenige mm und verursacht die leichte Abrundung des Lawinenendes, zumal in den achsennahen Teilen die Hauptzahl der Elektronen sich befindet. Auf die Messung der Vorwachs geschwindigkeit ist dies ohne Wirkung, da sie auf Beobachtung von Längendifferenzen beruht.

Aus dem beobachteten Keilwinkel bzw. der Spurenbreite  $y_R$  in der Entfernung  $x$  von der Kathode können wir nun die für die Diffusion verantwortliche thermische Energie  $U$  berechnen. Wir nehmen hierzu die obige Formel und vergleichen sie mit den beobachteten Werten der Tabelle 5. Hier sind die Breiten  $b$  und Längen  $l$  der Spuren aufgetragen. Jede Zahl stellt den Mittelwert aus 15 bis 20 Aufnahmen dar, dessen Streuung 20 bis 30 % beträgt.

Tabelle 5. Die Lawinenbreite  $b$  als Funktion des Druckes  $p$ .

	$p$ (Torr)	$l$ (cm)	$b$ (cm)	kV/cm	$\alpha$	$U$ (Volt)
Luft	270	1,5	0,16	10,5	$\sim 5$	} 1-2
		1,3	0,12			
	80	1,6	0,25	4	$\sim 5$	
		[extrapoliert auf 760]	1,5	0,09	$\sim 30$	
H <sub>2</sub>	510	1,4	0,12		$\sim 8$	} $\sim 1$
		1,0	0,09	11		
	270	1,3	0,17	7	$\sim 7,5$	
	125	1,5	0,21	3,6	$\sim 6$	
	[extrapoliert auf 760]	1,5	0,1	$\sim 16,5$		

Berechnungen des Kanalquerschnitts einer Elektronenlawine unter Berücksichtigung der oben genannten Faktoren 1 und 2 sind bereits von Slepian<sup>2)</sup> ausgeführt worden, sowie von Ollendorf<sup>1)</sup>. Slepian setzt jedoch die Wärme-

<sup>1)</sup> F. Ollendorf, Arch. f. Elektrot. **26**, 193, 1932. — <sup>2)</sup> J. Slepian, Electrical World **91**, 768, 1928.

energie der Elektronen gleich der des Gases, so daß die Rechnung zu geringe Querschnitte liefert. Im übrigen ist der Begriff der Lawinenbreite nicht eindeutig. Für die Theorie wesentlich ist der Bereich, in dem der Hauptteil der Ladung konzentriert ist, das ist  $b = 2 \bar{y}$ , wo  $\bar{y}^2 = 2 Dt$ . Rechnen wir daher die oben mitgeteilten Breiten in diesem Sinne auf Atmosphärendruck um, so erhalten wir für Luft und  $H_2$  2 bis  $3 \cdot 10^{-2}$  cm. Die Schätzungen aus der Breite von Leuchtfäden geben Werte ähnlicher Größe. — Auf einen Druck von 0,1 Torr extrapoliert, berechnet sich die Ausdehnung des Lawinenkerns zu einigen cm.

Vergleichen wir nun die erhaltenen  $U$ -Werte für Luft miteinander und berücksichtigen die Unsicherheiten sowohl in der Berechnung von  $U$  aus der Breite sowie die Schwankung in  $U$  infolge der Fehlergrenzen von  $u$  (vgl. S. 102), so können wir bei Luft von einer Übereinstimmung sprechen, die die gemachten Voraussetzungen rechtfertigt. Es ist im besonderen hervorzuheben, daß die Einführung eines  $\alpha$  im Bereich der unelastischen Stöße für Luft leidlich gerechtfertigt ist. Hätten wir für  $U$  die Temperatur des Gases gesetzt, so wäre die Lawinenbreite  $\sim 5$  mal kleiner ausgefallen. Das gleiche können wir von  $H_2$  sagen, wenn wir die infolge der kleineren Weglänge notwendige Verkleinerung des aus der Geschwindigkeit  $u$  berechneten  $U$ -Wertes berücksichtigen (vgl. S. 102).

Andererseits ist nicht zu verkennen, daß die  $U_B$ -Werte ( $U$  berechnet aus der Lawinenbreite) kleiner als die  $U_G$ -Werte ( $U$  aus Geschwindigkeit) sind und auch ihrem Wert nach zu klein sind, um zur Stoßionisierung auszureichen. Eine zu geringe Lawinenbreite und damit ein zu kleines  $U_B$  könnte aus zwei Gründen verursacht werden: Einmal kann eine Verzerrung der Gaußschen Verteilung in den achsennahen Teilen der Lawine durch die positiven Ionen erzeugt werden, die zu einer geringeren Ausdehnung der Spur führt. Hierzu sind jedoch die Ionendichten zu gering. Andererseits wird aus dem auf S. 104 angeführten Grunde eine zu große Zahl von Ladungsträgern angesetzt. Eine Verminderung der Ionenzahl würde zu einer Verbesserung der Übereinstimmung führen. Immerhin sind auch dann noch die Werte für  $U_B$  ziemlich knapp, um eine genügende Stoßionisierungsausbeute zu liefern. Es hat vielmehr den Anschein, daß für die seitliche Diffusion ein geringeres  $U_B$  wirksam ist als in Feldrichtung.

Erinnern wir uns an die der Beweglichkeitsformel zugrunde liegende Voraussetzung einer gleichmäßigen Verteilung der Streurichtungen nach dem Stoß (mit konstanter Anfangsgeschwindigkeit), so ist es sehr zweifelhaft, ob diese auch im Bereich der unelastischen Stöße im Mittel erfüllt ist, da in



den hier betrachteten zweiatomigen Gasen neben den ionisierenden eine erhebliche Zahl von anregenden Stößen auftritt. Jedenfalls liegt eine Benachteiligung der seitlichen Ablenkungen zugunsten der vorwärtsgerichteten Streurichtungen sowohl in der Zahl als auch in der Energie im beobachteten Sinne. Eine solche nach dem Stoß im Mittel gerichtete Anfangsgeschwindigkeit läßt auch einen Unterschied zwischen  $U_B$  und  $U_G$  erwarten, der je nach Gasart verschieden stark sein wird.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Vorstellungen über die Zündung einer Entladung größenordnungsmäßig richtig sind. Um jedoch Einzelheiten wiederzugeben, müssen auch die Voraussetzungen entsprechend verfeinert werden, was bis heute infolge der auftretenden Schwierigkeiten in der Rechnung nur in beschränktem Maße der Fall ist. — Die Versuche sollen mit anderen Gasen fortgesetzt werden, nachdem die hierzu notwendigen, vorläufig nicht bekannten Stoßfunktionen bei kleinen  $E/p$ -Werten gemessen sind.

#### *Zusammenfassung.*

Es wird eine Nebelkammer beschrieben, die es gestattet, die Stoßionisierungsvorgänge von Elektronen in einem homogenen elektrischen Feld bei einem Elektrodenabstand von 3,6 cm zu beobachten. An die Kammer werden zu diesem Zwecke Spannungsstöße bis zu  $3,6 \cdot 10^{-7}$  sec Dauer gelegt, währenddessen lichtelektrisch aus der Kathode befreite Elektronen stoßionisierend einen Teil des Gasraumes durchlaufen und eine Ionenlawine hinter sich lassen. Die Länge der Nebelspuren ist von der Dauer des Spannungsstoßes abhängig, so daß die Vorwachsgeschwindigkeit der Lawinen gemessen werden kann. Sie beträgt zwischen 80 und 280 Torr Luft:  $1,25 \pm 0,2 \cdot 10^7$  cm/sec, in  $H_2$  in einem Bereich von 100 bis 500 Torr:  $0,75 \pm 0,2 \cdot 10^7$  cm/sec. Diese Messungen werden mit den Beweglichkeitsformeln verglichen und gestatten die Berechnung der thermischen Energie der Elektronen. Diese kann andererseits auf einem davon unabhängigen Wege aus der Breite der Lawinenspur bestimmt werden, da diese wesentlich durch die thermische Diffusion der Elektronen bedingt wird. Die Übereinstimmung ist für Luft besser als für  $H_2$  (Luft 5 Volt gegen 1 bis 2 Volt aus der Lawinenbreite,  $H_2$  17 Volt gegen 1 Volt). Die Gründe für die starke Abweichung bei  $H_2$  werden angeführt: Die wahre Weglänge der Elektronen ist kleiner als die benutzte gaskinetische, die Voraussetzungen der Beweglichkeitsformel (gleichförmige Verteilung der Streurichtungen nach dem Stoß)

sind kaum erfüllt. Die Annahme einer gerichteten Anfangsgeschwindigkeit liegt im Sinne der beobachteten Abweichungen. Die Form der Lawinenspurspur wird durch die Diffusionsbetrachtungen richtig wiedergegeben.

Die vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Jena angefertigt. Herrn Prof. H. Kulenkampff möchte ich für seine stete Anteilnahme und bereitwillige Unterstützung meinen herzlichen Dank sagen. Die Firma C. Zeiss stellte mir eine große Bogenlampe zur Verfügung, die Bayrischen Motorenwerke überließen einige Zylinder und Kolben zum Bau der Nebelkammer, wofür ich zu danken habe.

*Jena, Juni 1937.*

---

## Über die künstliche Radioaktivität von Radiophosphor.

Von **Yu-Yen Sha\***) in Halle a. d. Saale.

Mit 13 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Juli 1937.)

Es wurde in der vorliegenden Arbeit eine geeignete Druckionisationskammer in Verbindung mit dem Hoffmannschen Duantenelektrometer verwendet, um die durch  $\alpha$ -Teilchen aus Al ausgelösten Positronen nachzuweisen. So wurde es möglich, die durch Positronen erzeugten Ionenmengen weitgehend auszunutzen, also eine erhebliche Wirkung der Positronen bei nur schwachem RaC'-Präparat zu erzielen. Neben der Anregungskurve der Positronen wurde die Absorption der Positronen in verschiedenen Elementen ermittelt.

### 1. Einleitung.

Im Jahre 1934 fanden Curie und Joliot<sup>1)</sup>, daß Al durch Bombardieren mit  $\alpha$ -Teilchen unter Emission von Neutronen in Radiophosphor,  $P_{15}^{30}$ , überging, und daß Radiophosphor sich bei seinem nachfolgenden Zerfall unter Aussendung von Positronen in  $Si_{14}^{30}$  umwandelte. Seit dieser Entdeckung des sogenannten Curie-Joliot-Prozesses wurden bis jetzt zahlreiche Versuche über derartige künstliche Radioaktivität angestellt. Trotz der vielen mit verschiedenen Meßmethoden ausgeführten Untersuchungen über die aus Al ausgelösten Positronen sind immer noch einige Eigenschaften unbekannt oder zweifelhaft geblieben.

Die vorliegende Arbeit enthält einige neue Beobachtungen, die die Kenntnis über die künstliche Radioaktivität von Radiophosphor erweitern sollen.

### 2. Die Versuchsmethode.

Die Versuchsanordnung besteht im wesentlichen aus einer Druckionisationskammer, die mit dem Hoffmannschen Vakuumduantenelektrometer<sup>2)</sup> verbunden ist. Es werden also die Positronen durch die von ihnen erzeugten Ionenmengen nachgewiesen.

*Die Ionisationskammer.* In Fig. 1 ist die Ionisationskammer im Schnitt dargestellt. Sie ist aus einem Messingblock gedreht, ihr innerer Raum ist zylindrisch. Die Eintrittsöffnung für die Positronen besteht aus 13 dicht nebeneinander liegenden Bohrungen von je 2,2 mm Durchmesser, die mit 0,04 mm dicker Kupferfolie verschlossen sind.

\*) Research Fellow of the China-Foundation.

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, C. R. **198**, 254, 559, 1934; Nature **133**, 201, 1934.

— <sup>2)</sup> G. Hoffmann, Ann. d. Phys. **80**, 779, 1926.

In dem Kammerraum befindet sich ein 0,5 mm dicker Messingzylinder, welcher den eigentlichen Ionisationsraum bildet. Er hat eine Tiefe von 3,6 cm und ein Volumen von 24,1 cm. Seine Vorderseite ist mit 3  $\mu$  dicker Aluminiumfolie verschlossen, deren Abstand von der Kupferfolie der Eintrittsöffnung 1 mm beträgt. Dieser Zylinder dient als spannungsführende

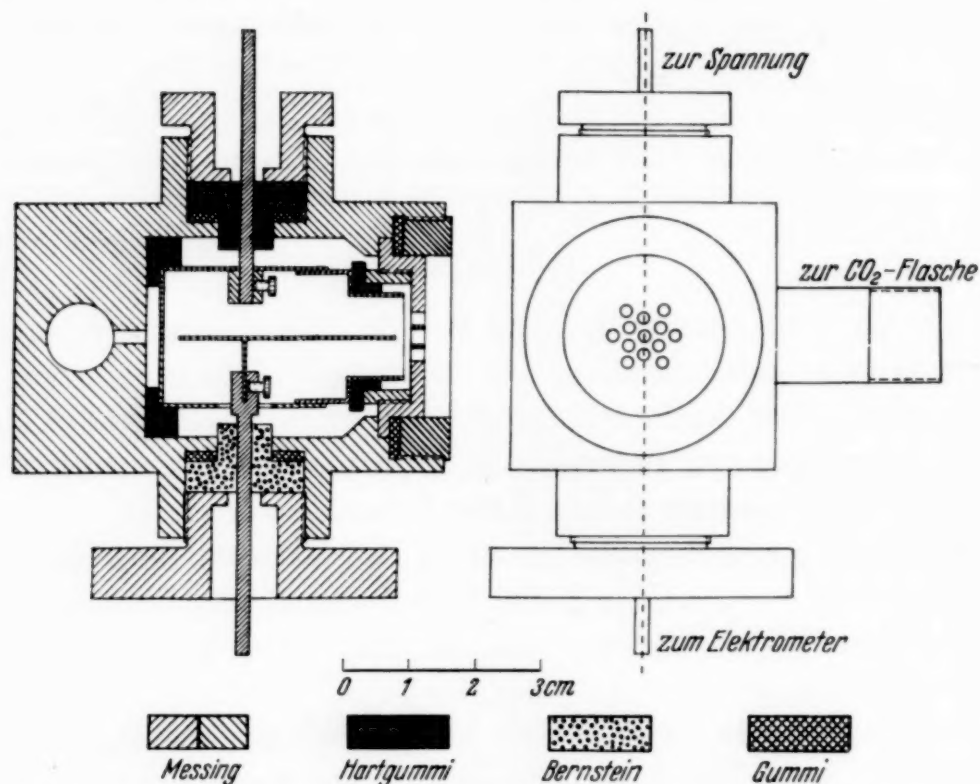


Fig. 1. Die Ionisationskammer in der Vorderansicht und im vertikalen Schnitt.

Elektrode, und zwar ist er durch Hartgummi von der äußeren Kammerwand isoliert und besitzt eine Spannung von  $-240$  Volt gegen Erde.

In der Mitte des Zylinders befindet sich eine Auffangelektrode, ein Messingdraht von 0,5 mm Durchmesser. Ihr unteres Ende wird durch einen Bernsteinkörper aus der Kammer herausgeführt und mit dem System des Elektrometers verbunden. Außerdem hat die Kammer ein seitliches Rohr, das durch ein langes Spiralrohr mit einem Manometer, einem Watterfilter und über ein Ventil mit einer Kohlensäureflasche verbunden ist.

*Die Meßanordnung.* Die wesentlichen Apparaturteile und die elektrische Schaltung sind aus Fig. 2 ersichtlich. Die Ladungsempfindlichkeit des Elektrometers wurde auf 6500 Elementarquanten pro Millimeter Ausschlag bei 2 m Skalenabstand eingestellt. Mittels einer Registriertrommel wurde die Bewegung des Lichtzeigers photographisch aufgezeichnet.



Eine zuverlässige Messung hängt davon ab, daß die Ionisationskammer frei von radioaktiver Verseuchung ist. Außerdem muß sie auch von äußeren Einflüssen möglichst unabhängig sein. Deswegen sind die Kammer und das Elektrometer mit 10 cm dicken Bleiblöcken gepanzert, mit Ausnahme von zwei seitlichen Stellen für den Lichteinlaß zum Elektrometerspiegel und für die aktivierte Al-Folie.

Weil das Elektrometer ständig durch in der Kammer vorhandene Ionen, die von der auch noch durch den Bleipanzern eindringenden Höhenstrahlung erzeugt werden, langsam aufgeladen wird, zeigt der Lichtzeiger eine gleichmäßige Bewegung. Mittels einer Kompensationseinrichtung kann diese Bewegung aufgehoben werden.

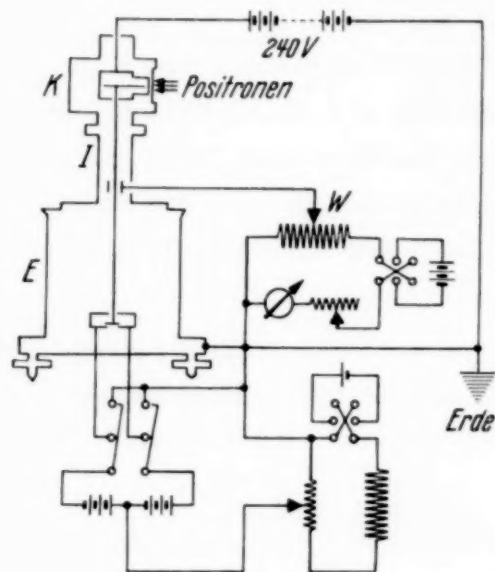


Fig. 2. Die schematische Darstellung der Meßanordnung.

$E$  = Elektrometer,  
 $I$  = Influenzierungskondensator,  
 $K$  = Ionisationskammer,  
 $W$  = Kompensationswalze.

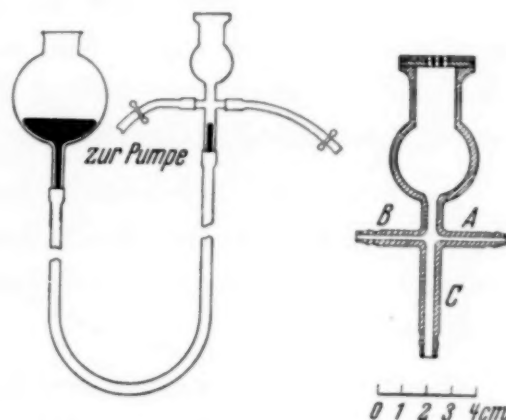


Fig. 3. Der Behälter für das Radiumemanationspräparat.

Nach dem Anlegen der Spannung an das Elektrometer ist der Reststrom anfangs stärker, dann fällt er langsam ab. Nach etwa einer Stunde ist er ziemlich beständig und beträgt etwa 250 Elementarquanten pro Sekunde bei einem Kammerdruck von 35 kg/cm<sup>2</sup>. Der anfänglich stärkere Reststrom rührt von der Nachwirkung des Anlegens der Spannung an das Elektrometer her. Deshalb wird die Messung erst vorgenommen, nachdem die Spannung schon eine Stunde lang an das Elektrometer gelegt ist.

**Der Radiumemanationsbehälter.** Als  $\alpha$ -Teilchenquelle wird ein Radiumemanationspräparat benutzt, das sich in einem Behälter befindet, der in Fig. 3 abgebildet ist.

Auf die Öffnung des Behälters ist mittels Siegellack eine 2 mm dicke Eisenscheibe gekittet, die in der Mitte 13 Bohrungen, genau so groß und

so angeordnet wie die der Kammeröffnung, hat. Auf diese Eisenscheibe ist eine Glimmerfolie von 4,6 mm Luftäquivalent bei 20° C und dann noch eine mit ebenfalls 13 Bohrungen versehene Eisenscheibe von 1,5 mm Dicke gekittet. Das untere Rohr *C* ist durch einen Schlauch mit einem mit Quecksilber gefüllten Gefäß verbunden. Das seitliche Rohr *B* ist durch einen Schlauch mit einer Gaedescen Pumpe verbunden, während an dem anderen Rohr *A* ein kurzer Schlauch befestigt ist.

Man steckt in diesen letzteren Schlauch die mit Radiumemanation angefüllte Kapillare<sup>1)</sup> und verschließt seine Öffnung mit einer Klammer. Erst nachdem der Behälter evakuiert ist, wird auch der mit der Pumpe verbundene Schlauch in der Nähe des seitlichen Rohres durch eine Klammer verschlossen. Dann zerbricht man die Kapillare und die Radiumemanation verteilt sich infolgedessen über den ganzen Behälterraum. Hebt man nun das Quecksilbergefaß an, so wird die Radiumemanation in die unter der Glimmerfolie vorhandenen kleinen Bohrungen der Eisenscheibe gedrückt, also auf sehr kleinen Raum konzentriert.

Die Stärke der verwandten Radiumemanationspräparate beträgt anfänglich etwa 20 Millicurie. Die Reichweite der durch die Verschlußglimmerfolie nach außen dringenden  $\alpha$ -Teilchen ist 64,5 mm in Luft von Normaldruck bei 20° C.

Dieser Behälter steht von dem Elektrometer sehr weit entfernt in einem anderen Zimmer, so daß es durch die Radiumemanation gar nicht beeinflusst wird.

*Der Meßvorgang.* Die Messung beginnt erst, nachdem die Radiumemanation bereits eine gewisse Zeit in den oben beschriebenen Behälter eingeführt worden ist, da sie dann im Gleichgewicht mit ihren nachfolgenden Zerfallsprodukten steht.

Die Al-Folie, die für die Erzeugung der Positronen dient, wird mit besonderer Vorrichtung dicht auf die Öffnung des Behälters gelegt. Bei Veränderung der Reichweiten der  $\alpha$ -Teilchen werden Glimmerfolien von verschiedenen Luftäquivalenten benutzt. Sie werden zuerst unmittelbar auf die Behälteröffnung gelegt und dann tut man dicht darauf die Al-Folie.

Nachdem die Al-Folie 12 Minuten bestrahlt ist, wird sie vor der Kammeröffnung angebracht und so gestellt, daß die durch  $\alpha$ -Teilchen beschossenen Stellen der Al-Folie genau den Bohrungen der Kammer-

<sup>1)</sup> Die Emanationskapillaren stellte mir Herr Dozent Dr. Pose freundlicherweise zur Verfügung, wofür ich ihm auch an dieser Stelle bestens danke.

öffnung gegenüberliegen. Dann wird der Lichtzeiger jedesmal eine Minute nach dem Aufhören des Bestrahleins für etwa 5 Sekunden unterbrochen, wodurch sich an der Registrierungskurve eine Unterbrechung ergibt.

Fig. 4 zeigt einen Ausschnitt aus einem Registrierblatt. Anfangs ist die Registrierungskurve fast geradlinig und parallel zur Zeitachse, weil der Reststrom durch die Kompensationseinrichtung kompensiert ist. Bei dem Anbringen der aktiven Al-Folie vor der Kammeröffnung fängt der Lichtzeiger an, sich zu bewegen, also verwandelt sich die geradlinige Kurve in eine exponentielle, die ja tatsächlich die Zerfallskurve des Radiophosphors

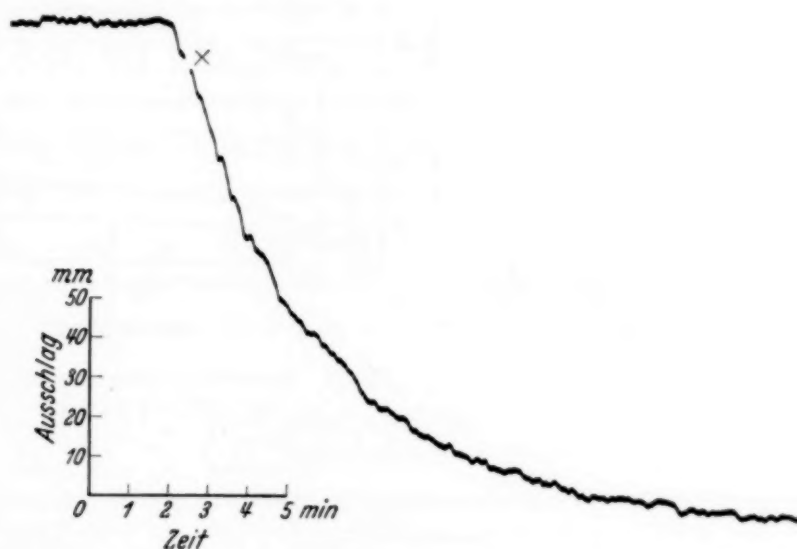


Fig. 4. Ausschnitt aus einem Registrierblatt bei einem Kammerdruck von 35 kg/cm<sup>2</sup>.

darstellt. Die durch ein Kreuz gekennzeichnete Unterbrechungsstelle in der Registrierungskurve wird als Ausgangspunkt zur Auswertung der Messung benutzt.

Mittels dieses Meßvorganges wird bei einem Präparat von 20 Milli-curie und einem Kammerdruck von 35 kg/cm<sup>2</sup> ein Ionisationsstrom von  $4,5 \cdot 10^5$  Elementarquanten pro Minute in der ersten Minute nachgewiesen. Überdies hat dieser Ionisationsstrom eine mittlere Schwankung von  $\pm 0,2 \cdot 10^5$  Elementarquanten, welche einem mittleren relativen Fehler von etwa 4% entspricht.

### 3. Die Eigenschaft der Ionisationskammer.

Von der Konstruktion der Ionisationskammer und dem Füllgas abgesehen, ist die Eigenschaft der Ionisationskammer im wesentlichen von zwei Faktoren abhängig: Nämlich einmal von der angewandten Kammer-

spannung und dann von dem in der Kammer vorhandenen Gasdruck. Deswegen müssen die Eigenschaften der oben erwähnten Ionisationskammer zunächst untersucht werden, um zu wissen, wie weit sie einen Einfluß auf das Meßergebnis haben.

*Die Kammer-spannung.* Bei Veränderung der Kammer-spannung wurde der Ionisationsstrom, der von Positronen hervorgerufen wurde, bei einem Kammerdruck von  $35 \text{ kg/cm}^2$  ausgemessen. Zur Erzeugung der Positronen wurde die  $40 \mu$  dicke Al-Folie durch  $\alpha$ -Teilchen von  $64,5 \text{ mm}$  Reichweite

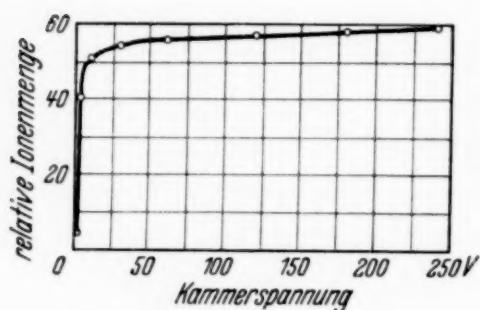


Fig. 5. Ionisationswirkung in Abhängigkeit von der Kammer-spannung.

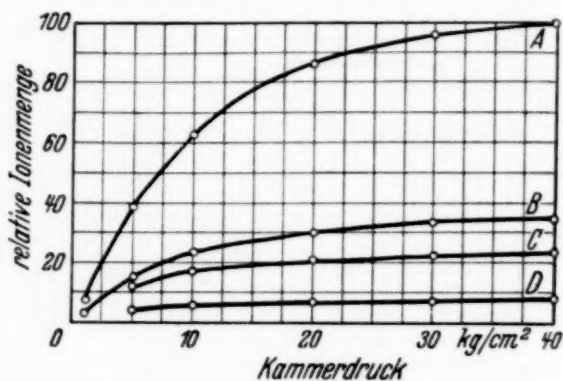


Fig. 6. Ionisationswirkung in Abhängigkeit von dem Kammerdruck.

Kurve A:  $R_{\alpha} = 64,5 \text{ mm}$ ,  
 Kurve B:  $R_{\alpha} = 55,8 \text{ mm}$ ,  
 Kurve C:  $R_{\alpha} = 53,2 \text{ mm}$ ,  
 Kurve D:  $R_{\alpha} = 46,5 \text{ mm}$ .

beschossen. Die so gefundenen Resultate sind in Fig. 5 dargestellt. In der Figur ist als Abszisse die Kammer-spannung und als Ordinate die relative Ionenmenge eingetragen.

Die Ionenmenge nimmt mit zunehmender Spannung anfänglich sehr rasch zu. Aber von etwa 30 Volt ab steigt die Kurve langsam noch weiter an. Deswegen ist bei den vorliegenden Messungen eine Kammer-spannung von 240 Volt angewandt worden, wobei annähernd Sättigung erreicht ist.

*Der Kammerdruck.* Um den Zusammenhang zwischen dem Ionisationsstrom und dem Kammerdruck festzustellen, wurden vier Positronenarten benutzt, die durch  $\alpha$ -Teilchen von  $64,5$ ,  $55,8$ ,  $53,2$  und  $46,5 \text{ mm}$  Reichweite aus  $40 \mu$  dicker Al-Folie ausgelöst worden waren. Die so erhaltenen Ergebnisse sind in Fig. 6 dargestellt. Als Abszisse ist der in der Kammer vorhandene Gasdruck, als Ordinate die relative Ionenmenge eingetragen. Die Ionenmenge, welche von den Positronen der  $\alpha$ -Teilchenreichweite  $64,5 \text{ mm}$  bei einem Kammerdruck von  $40 \text{ kg/cm}^2$  erzeugt ist, ist gleich 100 gesetzt und alle übrigen gemessenen Werte darauf bezogen.



Aus der Figur können wir ersehen, daß die Kurven mit dem Zuwachs des Kammerdruckes immer weiter ansteigen. Diese Tatsache hatten andere Autoren<sup>1)</sup>, die mit einer Druckionisationskammer arbeiteten, sowohl bei  $\beta$ -Strahlen als auch bei  $\gamma$ -Strahlen beobachtet. Hier zeigt die Kurve, daß bei einem Kammerdruck von 40 kg/cm<sup>2</sup> 14,6 mal soviel Ionen erzeugt werden als bei normalem Kammerdruck. Bei den folgenden Messungen wurde ein Kammerdruck von 35 kg/cm<sup>2</sup> verwandt, um die von den Positronen erzeugten Ionen fast völlig auszunutzen.

Aber es ist wohl merkwürdig, daß sich die Verhältnisse zwischen den Ionenmengen, die von vier Positronenarten bei verschiedenem Druck erzeugt sind, mit dem Druck verändern, wie Tabelle 1 zeigt. Spalte 1 enthält die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen und Spalte 2 die von den Positronen bei verschiedenem Kammerdruck erzeugten Ionenmengen. Die oben in Fig. 6 eingezeichneten Kurven liegen den in Tabelle 1 angegebenen Werten zugrunde. Und bei jedem bestimmten Kammerdruck bezieht sich jede Ionenmenge auf diejenige, die hervorgerufen ist von den Positronen, die durch  $\alpha$ -Teilchen von 64,5 mm Reichweite erzeugt wurden.

Tabelle 1. Ionisationswirkung von vier Positronenarten in Abhängigkeit von dem Kammerdruck.

$R_\alpha$ in mm	Ionenmengen bei Kammerdruck von			
	10	20	30	40 kg/cm <sup>2</sup>
64,5	100	100	100	100
55,8	38,2	35,3	34,4	34,1
53,2	28,4	24,2	23,2	22,8
46,5	9,9	8,4	7,9	7,7

Die Erklärung für die obige Erscheinung liegt darin, daß die aus Al ausgesandten Positronen verschiedene Geschwindigkeiten haben, und ferner, daß der Druckanstieg in der Kammer tatsächlich die Positronen von größerer Geschwindigkeit begünstigt, die von ihnen erzeugten Ionen zu vermehren. Demnach können wir annehmen, daß die Zunahme der Ionenmenge mit wachsender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen nicht allein von der Zunahme der Positronenanzahl hervorgerufen wird. Falls die Geschwindigkeit der Positronen mit wachsender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen ansteigt, kann die

<sup>1)</sup> D. C. H. Florance, Phil. Mag. **25**, 172, 1913; K. M. Downey, Phys. Rev. **20**, 186, 1922; J. W. Broxon, ebenda **37**, 1320, 1931; **42**, 321, 1932; A. H. Compton, R. D. Bennett u. J. C. Stearns, ebenda **38**, 1565, 1931, **39**, 873, 1932; D. E. Lea, Proc. Cambridge Phil. Soc. **30**, 80, 1934.

Ionenmenge auch zunehmen. Wenn diese beiden Erscheinungen, nämlich die Zunahme der Positronenanzahl und der Positronengeschwindigkeit, zugleich mit wachsender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen zusammentreffen, müssen die ausgemessenen relativen Ionenmengen für verschiedene Reichweiten der  $\alpha$ -Teilchen von der relativen Positronenanzahl stark abweichen.

Aus den oben ausgemessenen Ionenmengen kann man durch folgende Überlegung<sup>1)</sup> auch das Verhältnis der maximalen Energien zweier Positronenarten, die von zwei verschiedenen Reichweiten der  $\alpha$ -Teilchen hervorgerufen worden sind, ermitteln. Es sei die Länge der Ionisationskammer  $L$ , ferner die Reichweite eines Positrons der Energie  $E$  beim Kammerdruck  $p$

$$R(E, p) = \frac{k}{p} E^{3/2}.$$

Das Energiespektrum der Positronen ist nicht gut bekannt, doch kann man als rohe Näherung setzen:  $dn = \alpha f(E) dE$  Teilchen mit Energien zwischen  $E$  und  $E + dE$ , wobei  $\alpha$  von der Primärreichweite der  $\alpha$ -Teilchen abhängt und  $f(E)$  etwa folgende Funktion ist:

$$f(E) = E(E_0 - E),$$

wobei  $E_0$  die obere Grenze des Spektrums bedeutet und jenseits derselben  $f(E) = 0$  ist. Ist die Anzahl von einem Positron je cm Wegstrecke erzeugter Ionen proportional dem Kammerdruck  $p$ , d. h. der Anzahl Atome, die es auf diesem Wege trifft, so kann man für die gesamte Ionenmenge ansetzen:

$$I = \alpha p \int_0^{R=L} f(E) dE R + \alpha p L \int_{R=L}^{\infty} f(E) dE.$$

Setzt man hierin die obigen Ausdrücke für  $R$  und  $f(E)$  ein und benutzt noch die Abkürzung

$$P = Lp/k,$$

so entsteht schließlich bis auf einen gemeinsamen, von der  $\alpha$ -Strahlung abhängigen Faktor, den wir jetzt kurz mit  $A$  bezeichnen wollen:

$$I = A \left( \frac{1}{6} E_0^3 P + \frac{1}{9} P^3 - \frac{3}{14} E_0 P^{7/3} \right),$$

solange  $p^{2/3} < E_0$ ,

$$I = A \frac{4}{63} E_0^{3/2},$$

sobald  $P^{2/3} > E_0$ , da dann in den obigen Integralen das erste bis zur Grenze  $E = E_0$  läuft und das zweite wegfällt.

<sup>1)</sup> Herrn Dr. S. Flügge, Leipzig, der mir diese Ausführungen freundlicherweise überlassen hat, möchte ich auch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen.

Für kleine  $P$  (Bereich des linearen Anstieges) wird also:

$$I'_0/I''_0 = A'/A'' \cdot (E'_0/E''_0)^3,$$

für die Sättigung dagegen:

$$I'_\infty/I''_\infty = A'/A'' \cdot (E'_0/E''_0)^{3/2}.$$

Daraus findet man eine Relation für das Verhältnis der oberen Grenzen der Spektra zweier verschiedener  $\alpha$ -Teilchenreichweiten:

$$\frac{I'_0}{I'_\infty} \frac{I''_\infty}{I''_0} = (E'_0/E''_0)^{3/2}.$$

Aus Fig. 6 und Tabelle 1 liest man folgende Werte ab:

$$\begin{aligned} R_\alpha = 64,5 \text{ mm:} & \text{ Anfangswert bei } 5 \text{ kg/cm}^2: I'_0 = 39, \\ & \text{ Endwert bei } 40 \text{ kg/cm}^2: I'_\infty = 100, \\ R_\alpha = 55,8 \text{ mm:} & \text{ Anfangswert bei } 5 \text{ kg/cm}^2: I''_0 = 15, \\ & \text{ Endwert bei } 40 \text{ kg/cm}^2: I''_\infty = 34. \end{aligned}$$

Aus diesen Zahlen folgt  $E'_0/E''_0 = 1,09$ . Das von der größeren  $\alpha$ -Teilchenreichweite erzeugte Spektrum der Positronen wäre demnach um rund 10% härter als das der kürzeren Reichweite zugehörige. Geht man zu noch weicheren  $\alpha$ -Strahlen (Kurven  $C$  und  $D$  in Fig. 6), so wird der Effekt noch ausgeprägter (bis zu etwa 40% Energiedifferenz). Zum Vergleich siehe Tabelle 5.

#### 4. Die Halbwertszeit des Radiophosphors.

Die Tatsache, daß die Registrierungskurve eine Zerfallskurve des Radiophosphors ist, wie oben Fig. 4 zeigt, ermöglicht die Feststellung der Halbwertszeit des Radiophosphors. Aus den Registrierungskurven, die mit 40  $\mu$  dicker Al-Folie und  $\alpha$ -Teilchen von 64,5 mm Reichweite vorgenommen worden sind, wurde die Halbwertszeit des Radiophosphors mit  $3,15 \pm 0,05$  Minuten festgestellt.

Als Halbwertszeit hatten sich 3,25 Minuten nach Curie und Joliot<sup>1)</sup>,  $3,2 \pm 0,1$  Minuten nach Ellis und Henderson<sup>2)</sup>,  $3,25 \pm 0,05$  Minuten nach Alichanow, Alichanian und Dzelepow<sup>3)</sup>,  $2,89 \pm 0,14$  Minuten nach Fahlenbrach<sup>4)</sup> und 2,9 Minuten nach Meyer<sup>5)</sup> ergeben.

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, Journ. de Phys. et le Radium **5**, 153, 1934. —

<sup>2)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206,

1934. — <sup>3)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepow, ZS. f.

Phys. **93**, 350, 1934. — <sup>4)</sup> H. Fahlenbrach, ZS. f. Phys. **94**, 607, 1935.

— <sup>5)</sup> A. Meyer, ZS. f. Phys. **105**, 232, 1937.

### 5. Die Ausbeute der Positronen als Funktion der Reichweite der $\alpha$ -Teilchen.

Zur Ermittlung des Zusammenhanges zwischen der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen und der Ausbeute der Positronen wurde die Al-Folie durch  $\alpha$ -Teilchen von verschiedener Reichweite beschossen. Hierfür standen genügende Glimmerfolien verschiedener Luftäquivalente zur Verfügung. Die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen konnte dadurch von 30 mm bis zu 64,5 mm bei 20°C variiert werden.

Zur Bestimmung des Luftäquivalents der Glimmerfolien. Das Luftäquivalent der Glimmerfolien wurde nach der Methode von Fränz<sup>1)</sup> unter Verwendung eines Duantenelektrometers festgestellt. Die Meßgenauigkeit betrug  $\pm 0,1$  mm. Mit Hilfe dieser Methode wurde auch die Gleichmäßigkeit der Glimmerfolien nachgeprüft.

Die Anregungskurve der Positronen. Mit 40  $\mu$  dicker Al-Folie wurde die Untersuchung der Anregungskurve vorgenommen. Es wurden die von Positronen erzeugten Ionenmengen bei verschiedener Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen ausgemessen.

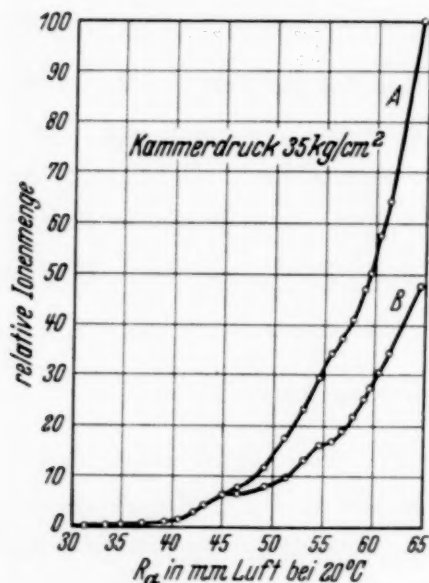


Fig. 7. Anregungskurve der Positronen als Funktion der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen.

Kurve A: Dicke der Al-Folie = 40  $\mu$ ,  
Kurve B: Dicke der Al-Folie = 3  $\mu$ .

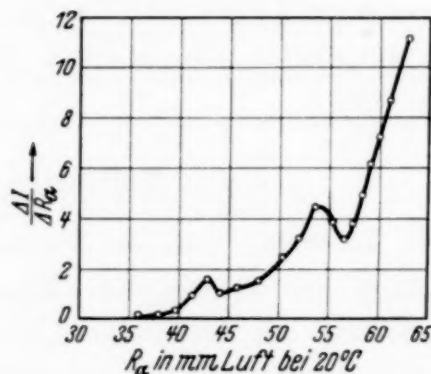


Fig. 8. Anregungskurve der Positronen als Funktion der Veränderung der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen (eine differenzierte Kurve von der Kurve A in Fig. 7).

Die gefundenen Werte stellt Kurve A in Fig. 7 dar. In der Figur ist als Abszisse die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen und als Ordinate die relative Ionenmenge, die von den Positronen erzeugt ist, eingetragen. Unterhalb der Reichweite von 31,2 mm ist der Effekt kaum wahrnehmbar. Dann steigt die Anregungskurve bei weiterem Verlauf mit zunehmender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen an.

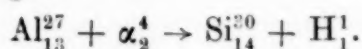
<sup>1)</sup> H. Fränz, ZS. f. Phys. 44, 757, 1927.



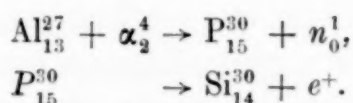
Nach Differentiation der Kurve A in Fig. 7 ergibt sich die in Fig. 8 eingezeichnete Kurve. Es ist als Abszisse die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen und als Ordinate das Verhältnis der Veränderung der Ionenmenge, bezogen auf die Veränderung der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen, eingetragen. In dieser letzteren Kurve befinden sich bei der Reichweite von 42,8 und 53,8 mm zwei Maxima. Wenn durch Positronen von verschiedenen Geschwindigkeiten auf jeden Fall gleiche Ionenmengen erzeugt würden, so könnten die relativen Ionenmengen als die relative Anzahl der Positronen angesehen werden.

Aber das trifft hier nicht zu. Wie schon oben in Tabelle 1 dargestellt wurde, verändert sich das Verhältnis der Ionenmengen, die von vier verschiedenen Positronenarten (erzeugt von vier verschiedenen Reichweiten der  $\alpha$ -Teilchen) hervorgerufen worden sind, mit dem Kammerdruck. Man kann also bei verschiedenem Kammerdruck verschiedene Anregungskurven gewinnen. Deshalb eignet sich diese mit der Druckionisationskammer gefundene Anregungskurve keineswegs dazu, mit anderen verglichen zu werden, die bei Anwendung anderer Meßmethoden die Zahl der Positronen angeben<sup>1)</sup>.

Aber die so gefundenen Maxima sind doch auffallend. Zwei Umwandlungsvorgänge können hervorgerufen werden, wenn Al durch  $\alpha$ -Teilchen beschossen wird. Der eine findet bei der Protonenemission statt und verläuft nach folgender Gleichung:



Der andere ergibt Positronenemission und wird durch folgende Gleichungen ausgedrückt:



In beiden Prozessen ist das Endprodukt dasselbe. Bei der Protonenemission sind mehrere ausgeprägte Resonanzniveaus festgestellt worden<sup>2)</sup>. Deswegen kann man auch bei der Positronenemission erwarten, dieselbe Erscheinung zu beobachten. Weil die in Fig. 7 angegebenen relativen

<sup>1)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206, 1934; A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1934; H. Fahlenbrach, ebenda **94**, 607, 1935; J. R. S. Waring u. W. Y. Chang, Proc. Roy. Soc. London (A) **157**, 652, 1936; A. Meyer, ZS. f. Phys. **105**, 232, 1937. — <sup>2)</sup> H. Pose, ZS. f. Phys. **64**, 1, 1930; **67**, 194, 1931; J. Chadwick u. J. E. R. Constable, Proc. Roy. Soc. London (A) **135**, 48, 1932; W. E. Duncanson u. H. Miller, ebenda **146**, 396, 1934; O. Haxel, ZS. f. Phys. **88**, 346, 1934; **90**, 373, 1934.

Ionenmengen durch die Positronenzahl und die Positronengeschwindigkeit bestimmt werden, wie es oben schon erörtert wurde, können die Maxima der Anregungskurve der Positronen unter folgenden Bedingungen entstehen: Entweder ergibt die Zunahme der Positronenzahl oder die Zunahme der Positronengeschwindigkeit oder alle beide zugleich bei gewisser Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen eine unregelmäßige Veränderung.

Um eine weitere Stütze für diese beobachtete Erscheinung zu gewinnen, wurde die Messung mit dünnerer Al-Folie von  $3\ \mu$  Dicke anstatt  $40\ \mu$ -Folie wiederholt. Es wird jetzt der Zertrümmerungseffekt von nur einem schmalen Reichweiteintervall gemessen, das durch die Dicke der Al-Folie bestimmt ist. Die so erhaltenen Resultate zeigt Kurve B in Fig. 7. Die Größe der gemessenen Ionenmenge bezieht sich schon auf die, die bei  $40\ \mu$  dicker Al-Folie gefunden worden ist. Es ist aus der Figur ersichtlich, daß Kurve B zunächst mit Kurve A zur Deckung kommt und daß bei weiterem Verlauf diese zwei Kurven voneinander abweichen. Bemerkenswert ist es, daß diese Kurve B deutlich zwei Knicke hat. Dies ist sicherlich ein Beweis für die Existenz der oben erwähnten Maxima.

Im Vergleich mit der Protonenemission werden diese gefundenen zwei Maxima, nämlich bei  $R_\alpha = 42,8\ \text{mm}$  und bei  $R_\alpha = 53,8\ \text{mm}$ , als zwei Resonanzniveaus angenommen. Diese Ergebnisse stimmen einerseits mit der Messung von Fahlenbrach (l. c.) und auch andererseits mit dem Resultat von Waring und Chang (l. c.) überein. Meye (l. c.) hatte auch die Andeutung dieser Resonanzniveaus beobachtet.

Bei der Frage nach der unteren Grenze der Anregungskurve der Positronen kommt der gefundene Wert, nämlich bei  $R_\alpha = 31,2\ \text{mm}$ , in Betracht. Dieser Wert ist in Übereinstimmung mit dem von Ellis und Henderson (l. c.) festgestellten. Als Stütze sei das Ergebnis von Savel<sup>1)</sup> hier angeführt. Savel hatte bei seiner Untersuchung der Neutronen, die nach der oben erwähnten Gleichung durch  $\alpha$ -Teilchen aus Al ausgelöst worden waren, eine Mindestreichweite der  $\alpha$ -Teilchen von  $2,9\ \text{cm}$  festgestellt. Weil die Positronenemission auf die Neutronenemission ohne weiteres folgt, muß man erwarten, daß diese beiden Vorgänge dieselbe Grenzenenergie der  $\alpha$ -Teilchen in Anspruch nehmen.

#### 6. Die Absorption der Positronen in Materie.

Um die Absorption der Positronen zu messen, wurde die  $40\ \mu$  dicke Al-Folie, die durch  $\alpha$ -Teilchen von  $64,5\ \text{mm}$  Reichweite beschossen worden

<sup>1)</sup> P. Savel, C. R. **198**, 368, 1934.

war, 3 mm vor der Kammeröffnung angebracht, während die Absorberfolie verschiedener Dicke dicht vor der Kammeröffnung lag. Es wurde die Absorption der Positronen in Al, Fe, Ni, Cu, Zn, Ag, Sn, Pt und Pb nachgeprüft.

Weil einerseits die dünnen Metallfolien nicht mit gleichmäßiger Dicke hergestellt werden können und andererseits ihre Dichte auch von dem Herstellungsverfahren abhängig ist, wurden die Folien genau ausgewogen und aus der Fläche des gewogenen Stückes das Gewicht pro  $\text{cm}^2$  bestimmt.

*Die Absorptionskurve der Positronen.* In Fig. 9 sind die gefundenen Absorptionskurven der Positronen in verschiedenen Materialien dargestellt. Als Abszisse ist das Gewicht der Flächeneinheit und als Ordinate der Logarithmus der relativen Ionenmenge eingetragen. Es ist zu sehen, daß diese logarithmischen Absorptionskurven anfänglich bei der dünneren Absorberschicht konkav gegen die Abszissenachse, dann bei der mittleren fast geradlinig und endlich bei der dickeren ungefähr parallel der Abszissenachse sind. Dieselbe Erscheinung tritt auch bei der von Ellis und Henderson<sup>1)</sup> festgestellten Absorptionskurve auf.

*Der Massenabsorptionskoeffizient.* Unter der Voraussetzung, daß die aus dem radioaktiven Stoff ausgesandten Teilchen nicht nur von gleicher Geschwindigkeit sind, sondern auch beim Durchsetzen durch Materie ihre Geschwindigkeit sich nicht ändert und daß die von ihnen hervorgerufenen Ionen die Anzahl der Teilchen angeben können, folgt die Absorption dem Exponentialgesetz:

$$I_x = I_0 e^{-\mu x},$$

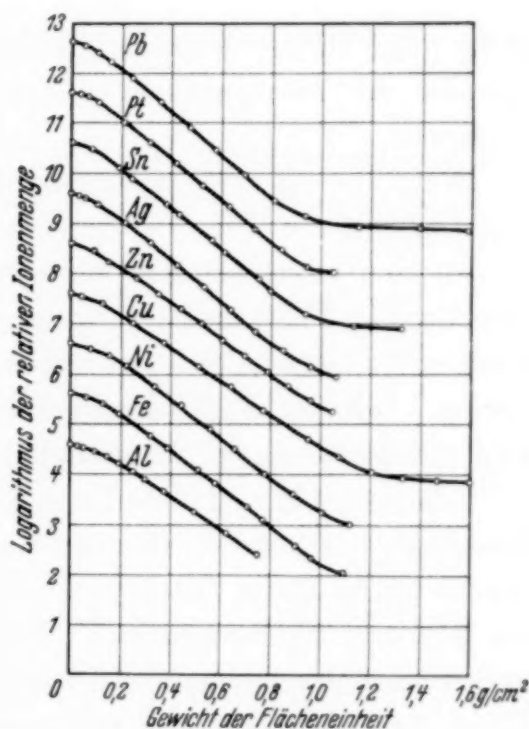


Fig. 9. Absorptionskurven der Positronen in verschiedenen Materialien.

<sup>1)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206, 1934; **152**, 714, 1935.

wobei  $I_0$  die ohne Absorber ausgemessene Ionenmenge,  $I_x$  die bei einer Absorberdicke  $x$  ausgemessene,  $e$  die natürliche Logarithmusbasis und  $\mu$  den Absorptionskoeffizienten bedeutet. Daraus folgt

$$\mu = \frac{\log I_0 - \log I_x}{x},$$

oder

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\log I_0 - \log I_x}{\rho x},$$

wobei  $\rho$  die Dichte des absorbierenden Materials ist. Wir pflegen  $\rho x$  das Gewicht der Flächeneinheit und  $\mu/\rho$  den Massenabsorptionskoeffizient zu nennen.

Wenn der Absorptionsvorgang diesem Exponentialgesetz unterworfen ist, werden die in Fig. 9 eingezeichneten Kurven geradlinig sein; hierbei ist  $\mu/\rho$  eine jedem Material eigentümliche Konstante. Dies ist aber hier nicht der Fall. Weil die Neigung der gefundenen Kurve gegen die Abszissenachse mit zunehmender Absorberdicke variiert, so kann daraus entnommen werden, daß der Massenabsorptionskoeffizient keine Konstante ist. Er wird mit zunehmender Absorberdicke größer und endlich wieder kleiner.

Erklären läßt sich diese Erscheinung dadurch, daß aus Al ausgesandte Positronen ein Gemisch von verschiedenen Geschwindigkeiten sind. Positronen von größerer Geschwindigkeit werden schwerer absorbiert als die von kleinerer Geschwindigkeit. In diesem Falle verändern also die Positronen beim Durchsetzen der Absorberschicht ihre Komponenten, deswegen bleibt der Wert von  $\mu/\rho$  nicht konstant.

• Um diesen Wert von  $\mu/\rho$  auszurechnen, wird die Auswertung nach der Methode von Schmidt<sup>1)</sup> ausgeführt. Halten wir an der Gültigkeit der Differentialgleichung

$$dI = -\frac{\mu}{\rho} I d(\rho x)$$

fest und nehmen an, daß der Wert von  $\mu/\rho$  in der ersten Annäherung eine lineare Abhängigkeit von  $\rho x$  hat, d. h.

$$\frac{\mu}{\rho} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_0 + 2\gamma(\rho x)$$

wobei  $(\rho/\mu)_0$  ein auf  $\rho x = 0$  bezogener Idealwert von  $\mu/\rho$  und  $\gamma$  eine Konstante bedeutet, so wird das Absorptionsgesetz durch folgende Gleichung

$$I_{(\rho x)} = I_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_0 (\rho x) - \gamma (\rho x)^2}$$

angegeben.

<sup>1)</sup> H. W. Schmidt, Phys. ZS. **10**, 929, 1909.



Zur Ermittlung des Wertes von  $(\mu/\rho)_0$  wird die Auswertung durch folgende graphische Methode vollzogen. Es sei  $I_a$  bzw.  $I_b$  die Ionenmenge, die von den durch eine Absorberschicht  $\rho x_1 = a$  bzw. eine etwas dickere Absorberschicht  $\rho x_2 = b$  durchgelassenen Positronen hervorgerufen worden ist, so ergibt sich:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{\frac{a+b}{2}} = \frac{\log I_a - \log I_b}{(b - a)}$$

für die Positronen, die eine Absorberschicht von der Dicke  $\frac{a+b}{2}$  durchdrungen haben.

Nun wird dieser so ausgerechnete Wert von  $\mu/\rho$  als Ordinate gegen das Gewicht der Flächeneinheit als Abszisse in ein Koordinatensystem ein-

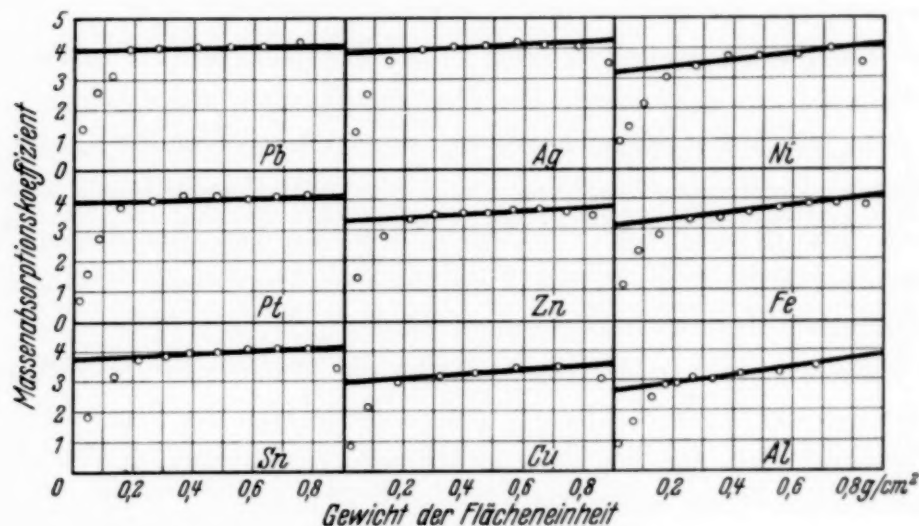


Fig. 10. Massenabsorptionskoeffizient als Funktion der Absorberdicke.

getragen. Dann läßt sich eine Gerade so legen, daß sie sich den so festgestellten Punkten möglichst gut anschließt. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Ordinatenachse wird als der Wert von  $(\mu/\rho)_0$  angesehen.

In Fig. 10 ist als Abszisse das Gewicht der Flächeneinheit und als Ordinate der nach der obigen Methode ausgerechnete Wert von  $(\mu/\rho)_0$  eingetragen. Hier liegt Fig. 9 der Fig. 10 zugrunde. Es ist ersichtlich, daß im allgemeinen nur innerhalb gewisser Absorberdicken die Punkte fast in einer Geraden liegen. Zur Extrapolation des Wertes von  $(\mu/\rho)_0$  werden nur diejenigen Punkte benutzt, deren Abszissen größer als  $0,2 \text{ g/cm}^2$  sind.

Alle auf diese Weise ausgerechneten Massenabsorptionskoeffizienten sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Die erste Reihe der Tabelle 2 gibt das Element, die zweite die Ordnungszahl, die dritte den gefundenen Wert

von  $(\mu/\rho)_0$  und die letzte den Wert von  $\gamma$ , die Neigung der in Fig. 10 eingezeichneten Geraden, an.

Tabelle 2. Massenabsorptionskoeffizient verschiedener Materialien für die Positronen.

Element	Ordnungszahl	$(\mu/\rho)_0$	$\gamma$	Element	Ordnungszahl	$(\mu/\rho)_0$	$\gamma$
Al	13	2,6	0,72	Ag	47	3,9	0,22
Fe	26	3,1	0,61	Sn	50	3,8	0,17
Ni	28	3,2	0,55	Pt	78	3,9	0,14
Cu	29	3,0	0,28	Pb	82	4,0	0,13
Zn	30	3,3	0,26				

Aus der Tabelle ist zu ersehen, daß der Massenabsorptionskoeffizient eine Funktion der Ordnungszahl ist, wie es auch bei den durch  $\gamma$ -Strahlen von Thorium aus Pb ausgelösten Positronen<sup>1)</sup> der Fall ist.

Der Massenabsorptionskoeffizient in Abhängigkeit von der angewandten Primärreichweite der  $\alpha$ -Teilchen. Die Messung geschah in der obigen Weise. Die Al-Folie von 40  $\mu$  Dicke wurde durch  $\alpha$ -Teilchen von 64,5, 55,8 53,2 und 46,5 mm Reichweite beschossen und die Cu-Folie wurde als Absorber verwandt. Fig. 11 stellt die gefundenen Resultate dar. Aus diesen Resultaten ergeben sich die in Tabelle 3 enthaltenen Ergebnisse, die nach der oben erwähnten Methode ausgerechnet sind.

In Tabelle 3 steht in der ersten Reihe die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen, in der zweiten der Wert von  $(\mu/\rho)_0$  und in der letzten der Wert von  $\gamma$ . Es ist zu ersehen, daß der Massenabsorptionskoeffizient für die Positronen mit zunehmender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen abnimmt und daß der Wert von  $\gamma$  auch zugleich abnimmt. Daraus können wir entnehmen, daß die Geschwindigkeit der Positronen von der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen abhängig ist.  $\alpha$ -Teilchen von größerer Reichweite begünstigen also die Erzeugung der Positronen von größerer Geschwindigkeit.

Tabelle 3. Massenabsorptionskoeffizienten von Cu für die Positronen in Abhängigkeit von der angewandten Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen.

$R_\alpha$ in mm	$(\mu/\rho)_0$	$\gamma$	$R_\alpha$ in mm	$(\mu/\rho)_0$	$\gamma$
46,5	4,0	0,44	55,8	3,2	0,33
53,2	3,3	0,35	64,5	3,0	0,28

Um diese Vermutung noch genauer nachzuprüfen, wurde die Messung wie folgt vorgenommen. Anstatt 40  $\mu$  dicker Al-Folie wurde 3  $\mu$ -Folie

<sup>1)</sup> J. Thibaud u. F. Dupre la Tour, C. R. 198, 805, 1934.

benutzt, die durch  $\alpha$ -Teilchen von 64,5 mm Reichweite beschossen wurde. Als Absorber wurden Cu und Pt verwandt.

Mittels 3  $\mu$  dicker Al-Folie vollzieht sich nur der Zertrümmerungseffekt der  $\alpha$ -Teilchen von der Reichweite von 64,5 mm bis zu einer durch die Dicke der Al-Folie abgebremsten. Die auf diese Art ermittelten Resultate sind

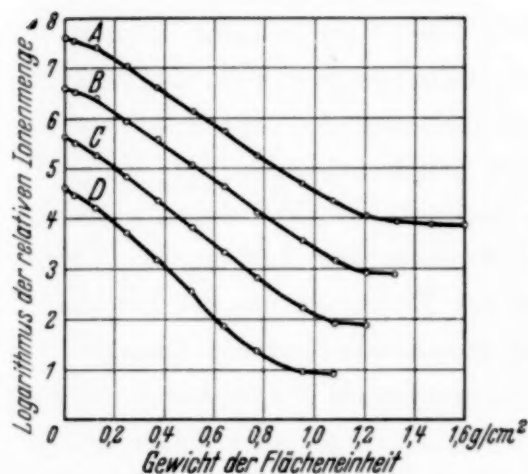


Fig. 11. Absorptionskurven der Positronen in Cu in Abhängigkeit von der angewandten Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen.

Kurve A:  $R_\alpha = 64,5$  mm,  
Kurve B:  $R_\alpha = 55,8$  mm,  
Kurve C:  $R_\alpha = 53,2$  mm,  
Kurve D:  $R_\alpha = 46,5$  mm.

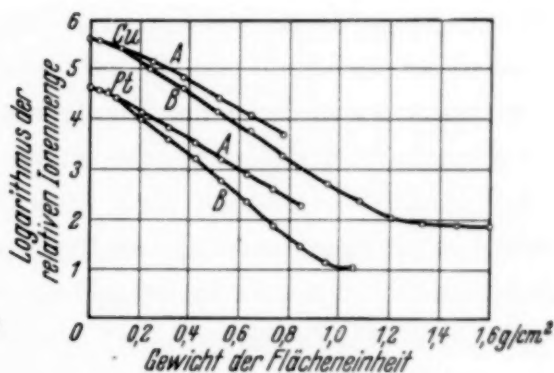


Fig. 12. Absorptionskurven der Positronen in Cu und Pt in Abhängigkeit von der Dicke der aktiven Al-Folie.

Kurve A: Dicke der Al-Folie = 3  $\mu$ ,  
Kurve B: Dicke der Al-Folie = 40  $\mu$ .

durch die Kurven A in Fig. 12 dargestellt. Zum Vergleich sind die Absorptionskurven B, die von der Messung mit 40  $\mu$  dicker Al-Folie gewonnen sind, beigegefügt.

Entsprechend diesen in Fig. 12 eingezeichneten Kurven entstehen die in Tabelle 4 zusammengestellten Werte. Die erste Reihe der Tabelle 4 enthält die Dicke der aktiven Al-Folie, die zweite den Wert von  $(\mu/\rho)_0$  und die letzte den Wert von  $\gamma$ . Die Tabelle zeigt, daß der Massenabsorptionskoeffizient, der bei 3  $\mu$  dicker Al-Folie festgestellt ist, kleiner ist als der bei 40  $\mu$ -Folie gefundene. Ebenso verändert sich der Wert von  $\gamma$ .

Tabelle 4. Massenabsorptionskoeffizienten von Cu und Pt für die Positronen in Abhängigkeit von der Dicke der aktiven Al-Folie.

Dicke der Al-Folie	$(\mu/\rho)_0$		$\gamma$	
	Cu	Pt	Cu	Pt
3 $\mu$	2,5	2,9	0,22	0,06
40 $\mu$	3,0	3,9	0,28	0,14

Diese Tatsache bedeutet nichts anderes, als daß die bei 3  $\mu$ -Folie erzeugten Positronen viel stärker und homogener sind als die bei 40  $\mu$ -Folie erzeugten. Falls wir die 3  $\mu$ -Folie verwenden, fehlen die Positronen mit kleinerer Geschwindigkeit. Daraus folgt, daß die  $\alpha$ -Teilchen von größerer Reichweite die Erzeugung der Positronen von größerer Geschwindigkeit begünstigen, ganz wie es zu vermuten ist.

*Der Endpunkt der Absorptionskurve.* Das obige Resultat können wir auch aus den Endpunkten der Absorptionskurven gewinnen. Es muß hier darauf hingewiesen werden, daß die gefundenen Absorptionskurven der Positronen am Ende in ein geradliniges Stück auslaufen, das durch die Vernichtungsstrahlung der Positronen bedingt ist. Die eigentlichen Absorptionskurven enden bereits an den Knicken der Kurven, die hier als „Endpunkte“ bezeichnet sind. Sowohl zur Extrapolation der Endpunkte der Absorptionskurven als auch ferner zur Ermittlung der Energien der Positronen von diesen so festgestellten Grenzdicken vollzieht sich die Auswertung nach Feather<sup>1)</sup>.

Es sind so die Endpunkte der in Fig. 11 eingezeichneten Absorptionskurven festgestellt und auch die dazugehörigen Energien der Positronen berechnet worden. In Tabelle 5 sind diese so erhaltenen Ergebnisse zusammengestellt. Die erste Reihe enthält die Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen, die zweite den Endpunkt der Absorptionskurve der Positronen in Cu und die letzte die Energie der Positronen.

Tabelle 5. Endpunkte der Absorptionskurven der Positronen in Cu.

Reichweite der $\alpha$ -Teilchen in mm	Endpunkt der Absorptionskurve in g/cm <sup>2</sup>	Energie der Positronen in 10 <sup>6</sup> e-Volt
46,5	0,84	1,82
53,2	1,05	2,23
55,8	1,12	2,37
64,5	1,22	2,56

Aus der Tabelle ist es ersichtlich, daß der Endpunkt der Absorptionskurve, also die Energie der Positronen, mit zunehmender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen ansteigt. Hingegen hatten Alichanow, Alichanian und Dzelepow (l. c.) bei der Untersuchung des Energiespektrums der Positronen festgestellt, daß der Endpunkt unverändert blieb, ob die angewandten  $\alpha$ -Teilchen eine Reichweite von 6,1 oder 5,5 cm hatten.

<sup>1)</sup> N. Feather, Phys. Rev. **35**, 1559, 1930.



Als maximale Energie der Positronen sind bei verschiedenen Meßmethoden zahlreiche Resultate festgestellt worden. Zusammen mit dem gefundenen Wert ist die Tabelle 6 aufgestellt.

Tabelle 6. Maximale Energie der Positronen aus Radiophosphor.

Beobachter	Maximale Energie der Positronen in $10^6$ e-Volt
Curie u. Joliot <sup>1)</sup> . . . . .	3
Meitner <sup>2)</sup> . . . . .	2 — 2,4
Frisch <sup>3)</sup> . . . . .	1,8
Nishina u. a. <sup>4)</sup> . . . . .	4
Alichanow u. a. <sup>5)</sup> . . . . .	3,75
Ellis u. Henderson <sup>6)</sup> . . . . .	$2,9 \pm 0,1$
Meye <sup>7)</sup> . . . . .	2,6
Sha . . . . .	2,56

Die oben erwähnte Tatsache, daß die Geschwindigkeit der durch  $\alpha$ -Teilchen erzeugten Positronen von der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen abhängig ist, läßt sich hier als Erklärung für die Diskrepanz zwischen den obigen Feststellungen der maximalen Energie der Positronen anführen. Wir können also entnehmen, daß verschiedene Resultate über die maximale Energie der Positronen aus verschiedenen angewandten Reichweiten der  $\alpha$ -Teilchen entstehen. Es spielt hierbei die Meßmethode sicher eine wichtige Rolle.

*Der Massenabsorptionskoeffizient vom Endpunkt der Absorptionskurve an gerechnet.* Mittels der Pb-Folie als Absorber wurde die Absorptionskurve der Positronen bis zu einer Absorberdicke von 3,5 mm ausgemessen. Die so erhaltenen Resultate sind in Fig. 13 dargestellt.

Außerhalb des Endpunktes verläuft die Absorptionskurve mit bestimmter, geringer Neigung gegen die Abszissenachse und für den Massenabsorptionskoeffizienten läßt sich ein Wert von 0,17 feststellen. Es handelt sich hier um die  $\gamma$ -Strahlung, die von der Vernichtung der Positronen hervorgerufen wird.

Über diese Vernichtungsstrahlung der Positronen sind bis jetzt viele Versuche angestellt worden. Bei den durch  $\gamma$ -Strahlen aus Pb erzeugten

<sup>1)</sup> I. Curie u. F. Joliot, Journ. de Phys. et le Radium **5**, 153, 1934. —

<sup>2)</sup> L. Meitner, Naturwissensch. **22**, 388, 1934. — <sup>3)</sup> O. R. Frisch, Nature **133**, 721, 1934. — <sup>4)</sup> Y. Nishina, R. Sogane, M. Takeuchi u. R. Tomita, Scient. Pap. Inst. Phys. u. Chem. Res. Tokyo **25**, 1, 1934. — <sup>5)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1934. — <sup>6)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **152**, 714, 1935. —

<sup>7)</sup> A. Meye, ZS. f. Phys. **105**, 232, 1937.

Positronen erhielt Thibaud<sup>1)</sup> für den Absorptionskoeffizienten einen Wert von  $\mu_{\text{Pb}} = 2,2 \text{ cm}^{-1}$ . Joliot<sup>2)</sup> fand bei den durch  $\alpha$ -Teilchen von Polonium aus Al ausgelösten Positronen einen Massenabsorptionskoeffizienten von 0,19 bzw. 0,32 bei einer Dicke des Pb-Absorbers von 1,5 bis zu 4 mm bzw. von 4 bis zu 6 mm. Der Versuch mit den durch Deutonen aus C ausgesandten Positronen ergab bei Crane und Lauritsen<sup>3)</sup> für den Absorptionskoeffizienten einen Wert von  $\mu_{\text{Pb}} = 1,58 \text{ cm}^{-1}$ . Ferner stellte Klemperer<sup>4)</sup>

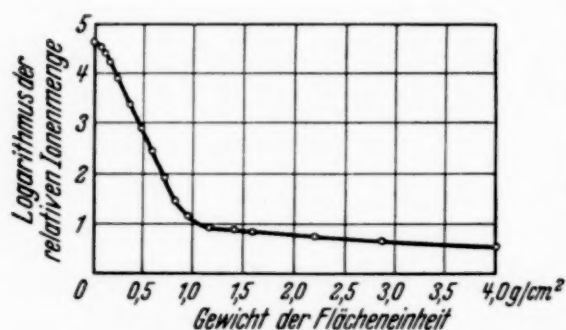


Fig. 13. Absorptionskurve der Positronen in Pb.

bei den durch Deutonen aus B ausgesandten Positronen ihren Absorptionskoeffizienten mit  $\mu_{\text{Pb}} = 1,69 \text{ cm}^{-1}$  fest. Es gelang Alichanow, Alichanian und Dzelepow<sup>5)</sup>, bei den durch  $\alpha$ -Teilchen von Radiumemanation aus Al ausgelösten Positronen einen Absorptionskoeffizienten von  $\mu_{\text{Pb}} = 1,8 \text{ cm}^{-1}$  bis zu  $\mu_{\text{Pb}} = 2,0 \text{ cm}^{-1}$

zu bestimmen. Bei ähnlichen Versuchen bestimmten Ellis und Henderson<sup>6)</sup> für den Massenabsorptionskoeffizienten einen Wert von etwa 0,2.

Der gefundene Wert von  $\mu/\rho = 0,17$  (entspricht etwa 500 e-kV Energie) stimmt also recht gut mit den Feststellungen anderer Autoren überein.

### 7. Zusammenfassung.

1. Es wurde festgestellt, daß durch Positronen bei einem Kammerdruck von  $40 \text{ kg/cm}^2$  14,6 mal soviel Ionen als bei normalem Druck erzeugt werden.
2. Es wurde die Halbwertszeit des Radiophosphors mit  $3,15 \pm 0,05$  Minuten festgestellt.

3. Es wurde die Ausbeute der Positronen in Abhängigkeit von der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen ausgemessen. Die Ausbeute der Positronen nimmt mit zunehmender Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen zu. Zwei Maxima, nämlich bei  $R_\alpha = 42,8 \text{ mm}$  und bei  $R_\alpha = 53,8 \text{ mm}$ , sind beobachtet worden, diese werden als Resonanzniveaus angesehen. Für die untere Grenze der Anregungskurve der Positronen ist eine Mindestreichweite der  $\alpha$ -Teilchen von 31,2 mm festgestellt worden.

<sup>1)</sup> J. Thibaud, C. R. **197**, 1629, 1933. — <sup>2)</sup> F. Joliot, ebenda **197**, 1622, 1933 und **198**, 81, 1934. — <sup>3)</sup> H. R. Crane u. C. C. Lauritsen, Phys. Rev. **45**, 430, 1934. — <sup>4)</sup> O. Klemperer, Proc. Cambridge Phil. Soc. **30**, 347, 1934. — <sup>5)</sup> A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1934. — <sup>6)</sup> C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **152**, 714, 1935.

4. Es wurde der Massenabsorptionskoeffizient verschiedener Elemente für die Positronen festgestellt. Er ist eine Funktion der Ordnungszahl der Elemente und variiert von 2,6 bis zu 4,0.

5. Es wurde nachgewiesen, daß der Massenabsorptionskoeffizient von der angewandten Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen und der Dicke der aktiven Al-Folie abhängig ist. Zur Erklärung wird angenommen, daß die Geschwindigkeit, also die Energie, der Positronen von der Reichweite der  $\alpha$ -Teilchen abhängt und ferner, daß  $\alpha$ -Teilchen von größerer Reichweite die Erzeugung der Positronen von größerer Geschwindigkeit begünstigen. Die maximale Energie der Positronen bei  $R_\alpha = 64,5$  mm wurde mit  $2,56 \cdot 10^6$  e-Volt festgestellt.

6. Es wurde ausgemessen, daß Blei für die Vernichtungsstrahlung der Positronen einen Massenabsorptionskoeffizienten von 0,17 (entspricht etwa 500 e-kV Energie) besitzt.

Herrn Prof. Dr. Gerhard Hoffmann, der die Anregung und die Unterstützung zu dieser Arbeit gab, spreche ich an dieser Stelle meinen besten Dank aus.

Herrn Prof. Dr. Wilhelm Kast danke ich für sein wohlwollendes Interesse. Auch Herrn Dr. Bruno Zipprich danke ich für seine wertvollen Ratschläge.

Ebenso bin ich der „China Foundation“ zu Dank verpflichtet und erlaube mir daher, ihr diese Arbeit zu widmen.

*Halle (Saale), Institut für Experimentalphysik d. Martin-Luther-Univ.*

(Mitteilung aus dem Institut für angewandte Physik der Hansischen Universität.)

## Verteilung der an Al-Netzen ausgelösten Sekundärelektronen.

Von C. Hagen und M. Sandhagen in Hamburg.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 10. Juli 1937.)

An einem feinmaschigen Al-Netz, das sich zwischen zwei auf variabler Spannung liegenden Lochblenden befindet, werden Untersuchungen über die Ausbeute und Verteilung der durch einen Primärstrahl ausgelösten Sekundärelektronen angestellt.

Der Sekundärelektronen-Vervielfacher in der Prallanodenanordnung<sup>1)</sup> zeigt in seinem aus der Auffanganode entnommenen Strom die *Gesamtwirkung* aller innerhalb der Röhre stattfindenden elektrischen Vorgänge. Diese werden durch einen primären Elektronenstrom eingeleitet und durch die Sekundärelektronen weitergeführt, welche an den einzelnen hintereinanderliegenden Metallnetzen zur Auslösung kommen.

Zwischen den Netzen (Prallanoden) liegt eine von Stufe zu Stufe meist gleich große positive Potentialdifferenz in der Größenordnung von etwa 60 Volt. Abgesehen vom ersten und letzten Netz liegt somit jede Prallanode im elektrischen Wirkungsbereich der vor und hinter dieser liegenden Netze. Die aus der betrachteten Prallanode ausgelösten Sekundärelektronen unterliegen demnach einem Brems- und Saugfeld, wie es in ähnlicher Weise bei einer gewissen Verstärkerröhrentype, der sogenannten Plationröhre, der Fall ist.

Um einen Einblick in die Wirkungsweise einer Vervielfacheranordnung zu gewinnen, ist es zweckmäßig, die Untersuchung zunächst auf die *Teilvorgänge* an einem Einzelnetz zu erstrecken.

Für ein einzelnes Netz wird der auf dieses hin bewegte Elektronenschwarm als relativer Primärstrom anzusehen sein. Von diesem Primärstrom prallt ein Teil auf das Netz, während der Reststrom unbehindert durch die Maschen gelangt. Der auf das Netz fallende Anteil löst seinerseits je nach der Geschwindigkeit der aufprallenden Primärelektronen eine bestimmte Menge von Sekundärelektronen aus, und zwar zur Hauptsache an der der Kathode zugewandten vorderen Netzfläche. Ein Teil der Se-

<sup>1)</sup> Georg Weiß, Fernsehen und Tonfilm, Nr. 6, S. 41, 7. Jahrg., Juni 1936.



kundärelektronen wird durch die Maschen von dem Saugfeld des folgenden Netzes hindurchgezogen und bildet mit dem Anteil der sich ungehindert hindurchbewegenden Elektronen den relativen Primärstrom für die folgende Prallanode und so fort.

Zur Untersuchung der mengenmäßigen Verteilung der ausgelösten Sekundärelektronen in ihrer Abhängigkeit von den verschiedenartig eingestellten Spannungsdifferenzen zwischen der Prallanode und den vor und hinter ihr befindlichen Nachbaranoden ist die in Fig. 1 angedeutete Apparatur verwendet worden.

Als Prallanode ist ein Aluminiumnetz (N) verwendet, welches eine Maschenzahl von etwa  $1200/\text{cm}^2$  und einen Bedeckungsfaktor von etwa

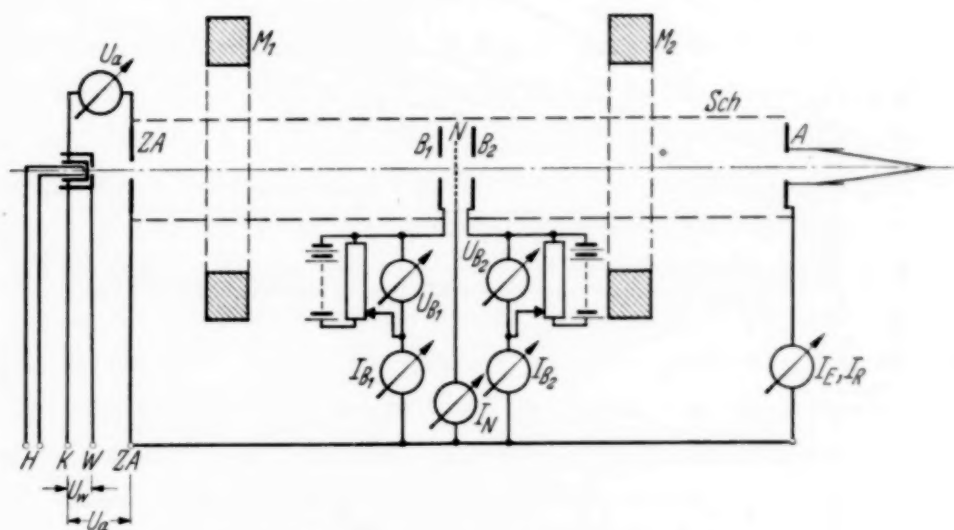


Fig. 1. Schaltschema der Versuchsanordnung.

A Auffänger,  $B_1$ ,  $B_2$  Lochblenden,  $M_1$ ,  $M_2$  Magnetspulen, N Al-Netz, ZA Zuganode, Sch Schutzkäfig.

45% besitzt. Das Netz ist nicht aktiviert, da es bei den Untersuchungen nicht auf eine maximale Ausbeute an Sekundärelektronen ankam. Vor Inbetriebnahme des Netzes wurde es 3 Stunden lang auf  $400^\circ\text{C}$  ausgeheizt. Im Abstand von 4 mm sind vor und hinter dem Netz zwei Lochblenden ( $B_1$  und  $B_2$ ) angebracht, die in bezug auf die elektrische Feldverteilung annähernd wie zwei Prallanoden wirken. An diese Lochblenden können mit Hilfe von Potentiometern willkürliche Spannungsdifferenzen ( $U_{B_1}$ ,  $U_{B_2}$ ) gegen N gelegt werden. Der Primärelektronenstrahl entstammt einer indirekt geheizten Kathode, die in üblicher Weise von einem Wehneltzylinder umgeben ist. Der Emissionsstrom war auf etwa  $80\ \mu\text{A}$  eingeregelt; er durchläuft zunächst eine an die Zuganode gebrachte Spannung  $U_a$ , die bei den Versuchen zwischen 400 und 2000 Volt lag. Das Al-Netz kann durch eine Schwenkvorrichtung zeitweilig aus dem Strahlengang entfernt

werden. Die Elektronen können dann durch die Blenden hindurchfliegen und am anderen Ende der Röhre in einen Auffänger (*A*) gelangen. Diese Maßnahme diente zur Überprüfung der Konstanz der Emission. Die Form des Auffängers ist als Kegel mit kleinem Öffnungswinkel ausgebildet, um einen Rückstrom reflektierter Elektronen möglichst zu unterbinden. Durch zwei kurze eisengekapselte Magnetspulen ( $M_1$ ,  $M_2$ ) wird der Elektronenstrahl derart gebündelt, daß er ohne anzustoßen durch die Blendenöffnungen gelangen kann. Die Innenwand der Glasröhre ist zum Schutz störender

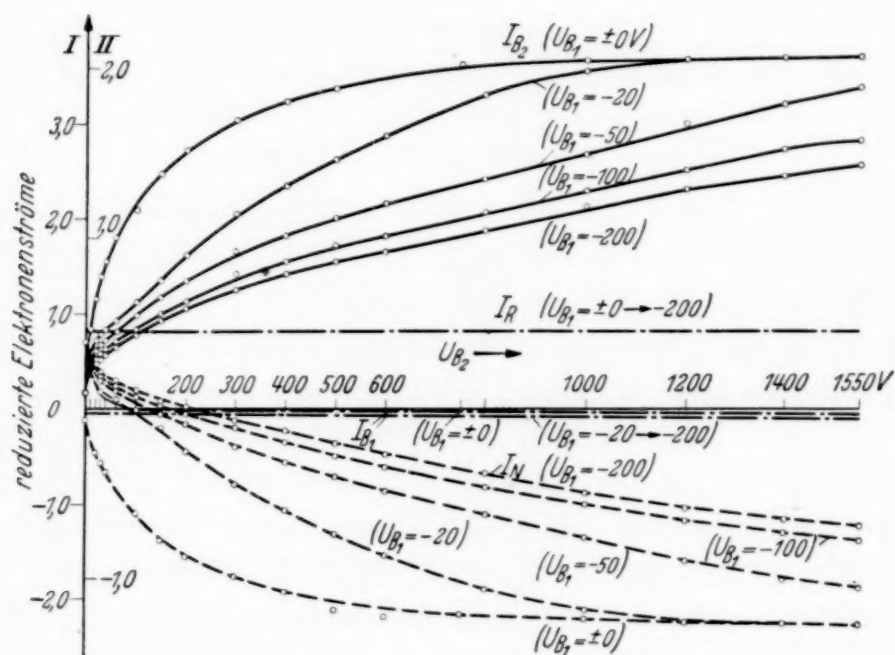


Fig. 2. Meßreihen für  $U_a = 1600$  Volt.

Wandladungen mit einem Wolframnetzzyylinder (*Sch*) ausgelegt. Schutznetz, Auffänger, Aluminiumnetz und Zuanode befinden sich auf gleichem Potential.

Bei zunächst aus dem Strahlengang herausgeschwenktem Netz wird der Primärstrom  $I_E$  im Auffänger ermittelt. Nach dem Einschwenken des Netzes erhält der Auffänger nur noch den Anteil  $I_R$  der ungehindert durch die Maschen von *N* hindurchfliegenden Elektronen. Aus einer Reihe von Vorversuchen konnte das Verhältnis  $I_R/I_E$  zu 0,45 gemessen werden. Alle Elektroden sind getrennt aus der Röhre herausgeführt, um die zu- oder abfließenden Stromteile einzeln messen zu können. Die am Netz ausgelösten Sekundärelektronen werden je nach den eingestellten Spannungsdifferenzen von beiden Blenden oder von je einer von diesen abgesaugt. In Fig. 2 ist ein Beispiel der aufgenommenen Kurvenscharen angeführt.

Die Abszisse enthält die Spannungsdifferenz  $U_{B_2}$  zwischen Netz  $N$  und Blende  $B_2$  in wachsend positiven Werten. Die Ordinate enthält die reduzierten Elektronenströme, gemessen an den beiden Blenden und am Al-Netz ( $I_{B_1}$ ,  $I_{B_2}$  und  $I_N$ ). Für die Reduktion der Ströme sind zwei Einheiten gewählt, die sich bei den Untersuchungen über Sekundäremission als zweckmäßig erwiesen haben. Als Einheit für den Maßstab I gilt der wirksame, auf das Netz aufprallende Primärstromanteil, welcher durch die Differenz  $I_E - I_R$  ausgedrückt ist. Bei Maßstab II ist der Gesamtemissionsstrom  $I_E$  als Einheit genommen. So bedeutet im Diagramm z. B.  $I_{B_2}$

für den Maßstab I:  $\frac{\text{Strom auf } B_2}{I_E - I_R}$ , für den Maßstab II:  $\frac{\text{Strom auf } B_2}{I_E}$ .

Bei der Aufnahme der Meßreihen in Fig. 2 wurden an die Blende  $B_1$  nacheinander steigend negative Spannungen gegenüber  $N$  angelegt (Spannungsparameter  $U_{B_1} = 0, -10, -20, \dots$  Volt). Die Spannung der Blende  $B_2$  ist stetig wachsend nach positiven Werten hin verändert. Der aus  $N$  ausgelöste und auf  $B_1$  bzw.  $B_2$  gelangende Sekundärstrom wird gemessen und als reduzierter Strom eingetragen ( $I_{B_1}$ - bzw.  $I_{B_2}$ -Kurven). Man ersieht aus diesen Kurven, daß bei dem Parameter  $U_{B_1} = 0$  ein verhältnismäßig starker Anstieg von  $I_{B_2}$  bei wachsender positiver Spannung von  $B_2$  eintritt und ein Sättigungswert erreicht wird, weil das von  $B_2$  ausgehende Feld durch  $N$  hindurchgreift und in steigendem Maße alle Sekundärelektronen auf  $B_2$  zieht. Bei stärkerer negativer Vorspannung von  $B_1$  erfolgt der Anstieg der Kurven weit langsamer. So ist beispielsweise der Strom  $I_{B_2}$  bei der Vorspannung  $U_{B_1} = -50$  nur etwa halb so groß als bei  $U_{B_1} = 0$  Volt, beide Werte gemessen bei der Blendenspannung  $U_{B_2} = 100$  Volt. Das von  $B_1$  ausgehende Bremsfeld überlagert sich dem Saugfeld von  $B_2$  in der Umgebung von  $N$ . Erst bei entsprechend hohen positiven Spannungswerten  $U_{B_2}$  ist der Durchgriff soweit wirksam, daß die Kurven später in den größten Wert von  $I_{B_2}$  der Kurve  $U_{B_1} = 0$  einlaufen. Dieser Befund zeigt, daß die Ausbeute an Sekundärelektronen, welche die Stromverstärkung ausmachen, durch das Bremsfeld des vorhergehenden Netzes wesentlich beeinflusst werden kann<sup>1)</sup>. Ströme auf die Blende  $B_1$  sind nicht zu erwarten, solange das Bremsfeld  $U_{B_1}$ , also die Spannungsdifferenz zwischen  $N$  und  $B_1$ , so

<sup>1)</sup> Der Einfluß des Bremsfeldes kann durch Einfügen von Zwischennetzen, die auf annähernd gleichem Potential wie die entsprechenden Prallanoden liegen, weitgehend aufgehoben werden. Diese Nutzanwendung ist von Dr. Flechsig vorgeschlagen und Gegenstand einer Patentanmeldung der Fernseh-A.-G., Berlin-Zehlendorf.

stark ist, daß die Voltgeschwindigkeit der aus  $N$  in Richtung zur Kathode austretenden Sekundärelektronen nicht groß genug ist, um dieses zu überwinden. Erst bei sehr kleinen Spannungen  $U_{B_1}$  — etwa 0 bis — 4 Volt — ist bei ebenfalls geringen Saugspannungen  $U_{B_2}$  ein kleinerer Elektronenstrom auf  $B_1$  zu vermuten.

Die Messung der reduzierten Ströme auf  $B_1$  bestätigt das in der Tat. Man erkennt für  $U_{B_1} \approx 0$  und für  $U_{B_2}$  von 0 bis 100 Volt eine im positiven Gebiet verlaufende, stark abfallende Kurve von  $I_{B_1}$ . Diese geht später in eine parallele, im negativen Gebiet nahe der Abszisse verlaufende Gerade über. Das Auftreten negativer  $I_{B_1}$ -Ströme rührt daher, daß einige elastisch vom Netz reflektierte Elektronen des Primärstrahles auf  $B_1$  prallen und dort eine Sekundärstrahlung veranlassen. Es verlassen dadurch mehr Elektronen die Blende  $B_1$  als auf sie zufließen, was einen negativ gerichteten Strom  $I_{B_1}$  bewirkt. Für  $U_{B_1}$ -Werte, die größer als ungefähr — 5 Volt sind, verläuft die gemessene  $I_{B_1}$ -Kurve von vornherein im Negativen, was mit den vorgehend angeführten Gründen gut im Einklang steht.

Eine dritte Kurvenschar stellt den Zusammenhang zwischen den dem Netz zufließenden, bzw. den vom Netz abgesaugten Elektronen und der Spannung  $U_{B_2}$  dar. Die bei der angeführten Messung gewählte Zugspannung  $U_a$  betrug 1600 Volt, eine Spannung, bei der der Sekundäremissionsfaktor größer als 1 ist. Die Netzströme  $I_N$  müßten somit ganz im negativen Gebiet verlaufen, sofern alle aus dem Netz freigemachten Sekundärelektronen von diesem abgesaugt werden. Das ist der Fall, wenn die Blende  $B_1$  nur geringfügig negativ vorgespannt ist (etwa 0 bis — 4 Volt) und somit das Saugfeld von  $B_2$  wirksam ist. So zeigt die Kurve  $I_N$  für  $U_{B_1} = 0$  einen stets im Negativen befindlichen Verlauf. Bei größeren negativen Vorspannungen von  $B_1$  werden die im ersten Augenblick vom Primärstrahl ausgelösten Sekundärelektronen wieder auf das Netz zurückgedrückt. Hierdurch wird eine Sekundäremission vorgetäuscht, die kleiner als 1 ist. Der auf das Netz zufließende Elektronenstrom ist größer als der in Form von Sekundärelektronen abfließende und gibt somit einen positiven Strom  $I_N$ . Steigert man jedoch die Spannung  $U_{B_2}$ , so macht sich der Durchgriff des von  $B_2$  ausgehenden Feldes in der Netzumgebung bemerkbar und überlagert sich dem Bremsfeld von  $B_1$ . Die Folge ist ein zunehmendes Absaugen der Sekundärelektronen vom Netz und damit ein Eintauchen der Kurve in das Gebiet negativer Netzströme.

Ein Vergleich mit den Kurven, die als Ordinaten die reduzierten Netzströme  $I_N$  enthalten, gibt die Bestätigung des Vorstehenden.



Die parallel zur Abszisse verlaufende Gerade  $I_R$  stellt den auf die oben beschriebenen Einheiten bezogenen Auffängerstrom dar, also den unbehindert durch das Netz und die Blenden laufenden Anteil der Primärelektronen, der trotz veränderlicher Blendenspannungen weitgehend konstant bleibt.

Bemerkt sei noch, daß sich aus dem Sättigungswert der  $I_{B_2}$ -Kurven im Maßstab I die Zahl  $\sim 3,5$  ergibt. Das bedeutet, daß der Quotient aus der Sekundäremission des Netzes und dem auf das letztere fallenden Primärstromanteil, d. h. der Sekundäremissionsfaktor für Aluminium  $\sim 3,5$  ist. Nun ist dieser Faktor für senkrechten Einfall der Elektronen bei  $U_a = 1500$  Volt ungefähr 2. Dieser Faktor nimmt aber bei schiefer Inzidenz des Primärstromes auf die Metalloberfläche größere Werte an<sup>1)</sup>. Da wir es bei dem Netz mit einem Geflecht aus Runddrähten zu tun haben, fallen die Elektronen vorwiegend in schräger Richtung auf die Drahtoberfläche. Der Faktor muß somit größer als 2 werden, in Übereinstimmung mit dem Meßwert.

Die Untersuchungen über die Teilvorgänge an Metallnetzen werden weitergeführt.

*Hamburg, Institut für angewandte Physik der Hansischen Universität, Juni 1937.*

---

<sup>1)</sup> Vgl. H. O. Müller, ZS. f. Phys. **104**, 475, 1937, Heft 7 u. 8.

## Der Öffnungsfehler schwacher Elektronenlinsen.

Von **R. Rebsch** und **W. Schneider** in Darmstadt.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 5. August 1937.)

Verschiedene Typen schwacher Linsen werden hinsichtlich ihres Öffnungsfehlers verglichen. Es zeigt sich, daß der Unterschied zwischen der sphärisch bestkorrigierten Einzellinse und anderen leichter herstellbaren Linsen verhältnismäßig gering ist.

Unter den Bildfehlern dritter Ordnung spielt der Öffnungsfehler (sphärische Aberration) deshalb eine besondere Rolle, weil er auch bei der Abbildung der Bildmitte auftritt. Da er sich nicht vermeiden läßt<sup>1)</sup>, muß man nach Linsen suchen, die einen möglichst geringen Öffnungsfehler ergeben. Am einfachsten liegen die Verhältnisse für die *schwachen* Linsen. Das elektrostatische Potential  $\Phi$  auf der optischen Achse ( $z$ -Achse) einer schwachen Linse läßt sich in folgender Weise zerlegen:

$$\Phi = \Phi_0 (1 + \lambda \varphi);$$

dabei ist  $\Phi_0$  ein mittleres Linsenpotential und  $\lambda \varphi(z) \ll 1$ . Die magnetische Feldstärke unterliegt der Einschränkung

$$\left| \int_{-\infty}^z \mathfrak{H} dz \right| \ll \sqrt{\frac{m \Phi_0}{e}}.$$

Ist  $\varphi$  links und rechts in großem Abstand von der Linse gleich groß, so spricht man von einer Einzellinse. Hat  $\varphi$  auf beiden Seiten der Linse verschiedene (aber konstante) Werte, so liegt eine Immersionslinse vor. Man gelangt zu den Formeln für schwache Linsen, indem man nur die jeweils niedrigste Potenz des Entwicklungsparameters  $\lambda$  und der magnetischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$  beibehält.

Die schwache *elektrische Einzellinse* geringsten Öffnungsfehlers<sup>2)</sup> hat eine sehr verwickelte Elektrodenform. Es erscheint daher zweckmäßig zu untersuchen, ob sich ähnlich geringe Werte des Öffnungsfehlers nicht auch mit leichter herstellbaren Linsen erreichen lassen. Die Größe des Öffnungsfehlers soll dabei auf gleiche Linsenbrennweite  $f$  und gleiche „Linsenlänge“  $l$

<sup>1)</sup> O. Scherzer, ZS. f. Phys. **101**, 593, 1936, im folgenden mit I zitiert. —

<sup>2)</sup> O. Scherzer, ebenda, S. 23, im folgenden mit II zitiert.

bezogen werden. Unter den vielen Möglichkeiten, die Länge einer Elektronenlinse zu definieren, wählen wir die folgende:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} z^2 T \, dz}{\int_{-\infty}^{+\infty} T \, dz}. \quad (1)$$

Der Nullpunkt von  $z$  ist dabei in den Schwerpunkt von  $T$  gelegt, also so gewählt, daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} z T \, dz = 0$$

ist<sup>1)</sup>.  $T$  hat die in I eingeführte Bedeutung:

$$T = \frac{3}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi}\right)^2 + \frac{e \mathfrak{H}^2}{8 m \Phi}. \quad (2)$$

In die Formel für den Öffnungsfehler  $r_b$  [siehe I, S. 602, Gleichung (12) und II, S. 24 oben] gehen der Radius  $r_B$  der Aperturblende und die Bildweite  $b$  ein. Aus ihnen und den Linsenkonstanten  $f$  und  $l$  kann man folgenden dimensionslosen Quotienten bilden:

$$G = \frac{r_B^3 b}{r_b f l^2}. \quad (3)$$

Er ist ein Maß dafür, wie weit die Elektronenlinse sphärisch korrigiert ist. Wir wollen ihn daher den (auf den Öffnungsfehler bezüglichen) Gütefaktor der schwachen Linse nennen.

Bei den elektrischen Einzellinsen und den magnetischen Linsen läßt sich  $l$  auf den Hauptebenenabstand  $h$  zurückführen. Aus den Formeln in I, Anmerkung 1, erkennt man sofort, daß hier gilt:

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 = h f.$$

Für diese Linsen kann man den Gütefaktor also auch in der folgenden Form schreiben:

$$G = \frac{r_B^3 b}{4 r_b f^2 h}. \quad (3')$$

<sup>1)</sup> Es bedeutet dann  $l/2$  den „Trägheitsradius“ der Fläche zwischen der Kurve  $T = T(z)$  und der  $z$ -Achse.

Führt man in (3) die Gleichung (1) und für  $f$  und  $r_b$  die formelmäßigen Ausdrücke aus I, Anmerkung 1 bzw. Gleichung (12) ein, so erhält man für die elektrische bzw. magnetische Linse<sup>1)</sup>:

$$G_{\text{el}} = \frac{3}{5} \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi'^2 dz \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \varphi'^2 dz \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi''^2 dz}, \quad (3'')$$

$$G_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H}^2 dz \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \mathfrak{H}^2 dz \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H}'^2 dz}. \quad (3''')$$

Aus (3'') und (3''') ersieht man, daß bei den magnetischen Linsen im wesentlichen  $\mathfrak{H}$  an die Stelle von  $\varphi'$  tritt. Sind daher  $\mathfrak{H}$  und  $\varphi'$  durch die gleiche Funktion  $f(z)$  gegeben, so unterscheiden sich die Gütefaktoren nur durch die Vorzeichen. Es gilt dann:

$$G_{\text{mag}} = \frac{5}{6} G_{\text{el}}. \quad (4)$$

Im folgenden sollen nun einige Linsen mit Angabe des Gütefaktors aufgezählt werden:

#### *Elektrische Einzellinsen.*

a) Sphärisch bestkorrigierte Linse:

$$\varphi = A e^{-Bz^2}; \quad G = 0,267.$$

b) Aufgeladener Ring vom Radius  $a$ :

$$\varphi = \frac{\text{Const.}}{(a^2 + z^2)^{1/2}}; \quad G = 0,119.$$

c) Ring und unmittelbar anschließende Lochblende (siehe Fig. 1)<sup>2)</sup>:

$$\varphi = \frac{\text{Const.}}{a^2 + z^2}; \quad G = 0,200.$$

---

<sup>1)</sup> Für die Immersionslinse ist eine mittlere Brennweite durch  $\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_a} + \frac{1}{f_b} \right)$  eingeführt, was bis auf Größen zweiter Ordnung mit dem Ausdruck für die Einzellinse übereinstimmt. — <sup>2)</sup> Daß bei der praktischen Ausführung zwischen Ring und Blende eine isolierende Zwischenschicht sein muß, hat auf  $G$  nur einen untergeordneten Einfluß.



d) Allgemeiner Potentialtypus von b) und c):

$$\varphi = \frac{\text{Const.}}{(a^2 + z^2)^n}; \quad G = \frac{2(2n+3)(4n-1)}{15(4n+1)(n+1)}.$$

Der Grenzübergang  $n \rightarrow \infty$  ergibt den Fall a).

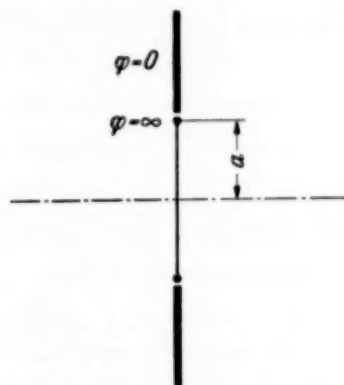


Fig. 1. Elektrodenform der Linse c),  $\varphi = \operatorname{Re} (1 + iz)^2 - r^2)^{-1/2}$ .

e) Zwei unmittelbar benachbarte Ringe vom gleichen Radius  $a$ , entgegengesetzt aufgeladen:

$$\varphi = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{\text{Const.}}{(a^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{\text{Const.} \cdot z}{(a^2 + z^2)^{3/2}}; \quad G = 0,239.$$

#### Immersionslinsen.

f)  $\varphi' = A e^{-Bz^2}; \quad G = 2,4.$

Dieser Wert von  $G$  ist der größte erreichbare. Das Problem, den Öffnungsfehler zu einem Minimum zu machen bei konstantem  $f$  und  $l$ , führt nämlich zu den gleichen Eulerschen Gleichungen wie in II. Für die beste Lösung muß aber hier das Hermitesche Polynom nullter Ordnung verwandt werden (siehe II, S. 24). In II mußte diese Lösung ausgeschlossen werden, da sie auf keine Einzellinse führt.

#### Magnetische Linsen.

g) Sphärisch bestkorrigierte Linse. Die magnetische Linse geringsten Öffnungsfehlers läßt sich genau so mit Hilfe der Variationsrechnung ermitteln, wie dies für die elektrischen Linsen geschehen ist. Die Gleichungen für  $\mathfrak{H}$  sind die gleichen, wie dort die für  $\varphi'$ . Magnetische Feldstärke und Gütefaktor für die sphärisch bestkorrigierte Linse (entsprechend f) sind:

$$\mathfrak{H} = A e^{-Bz^2}; \quad G = 2,0.$$

h) Bilddrehungsfreie Linsen. Die bilddrehungsfreien magnetischen Linsen entsprechen den elektrischen Einzellinsen. Diese waren gekennzeichnet durch:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi' dz = \varphi_{+\infty} - \varphi_{-\infty} = 0,$$

was bei den magnetischen Linsen der Bedingung für verschwindende Bild-drehung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H} dz = 0$$

entspricht. Ein Beispiel ist gegeben durch die sphärisch bestkorrigierte, bilddrehungsfreie schwache magnetische Linse:

$$\mathfrak{H} = A z e^{-Bz^2}; \quad G = 0,222.$$

Weitere Beispiele ergeben sich aus den Fällen b) bis e) unter Berücksichtigung von (4).

#### *Kombinierte magnetisch-elektrische Linsen.*

Die kombinierte Linse denke man sich aus der Überlagerung des elektrischen Feldes  $\varphi'$  und des magnetischen Feldes  $\mathfrak{H}$  entstanden. Wir denken uns  $\mathfrak{H}$  bei der Überlagerung mit einem dimensionslosen Faktor  $\eta$  multipliziert. Es entspricht also  $\eta = 0$  der rein elektrischen Linse, während  $\eta \rightarrow \infty$  der rein magnetischen Linse entspricht.

Für den Gütefaktor  $G_{\text{komb}}$  erhält man dann folgenden Ausdruck:

$$G_{\text{komb}} = G_{\text{el}} \frac{\left(1 + \eta^2 \frac{f_{\text{el}}}{f_{\text{mag}}}\right)^2}{\left(1 + \eta^2 \frac{r_{b\text{mag}}}{r_{b\text{el}}}\right) \left(1 + \eta^2 \frac{f_{\text{el}}}{f_{\text{mag}}} \frac{l_{\text{mag}}^2}{l_{\text{el}}^2}\right)}.$$

Die Größen des rein elektrischen bzw. rein magnetischen Teiles der Linse sind durch die Indizes bezeichnet.

Durch eine einfache, aber längere Rechnung<sup>1)</sup> erkennt man folgendes: Der Zahlenwert von  $G_{\text{komb}}$  liegt immer unter der größeren der beiden Zahlen  $G_{\text{el}}$  und  $G_{\text{mag}}$ . Durch Kombinieren einer schwachen elektrischen und einer schwachen magnetischen Linse läßt sich also niemals eine Linse gewinnen, die besser ist als die bessere von beiden.

<sup>1)</sup> Durch Bilden des ersten und zweiten Differentialquotienten der Funktion  $G = \frac{(\alpha + \eta^2)^2}{(\beta + \eta^2)(\gamma + \eta^2)}$  beweist man, daß  $G$  bei positiven  $\alpha, \beta, \gamma$  außer für  $\eta = 0$  und  $\eta = \pm \infty$  kein Maximum haben kann.

*Diskussion.*

Die vorangehende Aufzählung zeigt, daß die sphärisch bestkorrigierte Einzellinse durch andere, leichter herstellbare Einzellinsen in guter Annäherung ersetzt werden kann. So ergeben sich für die Linsen c) und e) der obigen Zusammenstellung Gütefaktoren, die nur um 25 bzw. 10% von dem der besten Linsen abweichen.

Die Gütefaktoren bilddrehungsfreier magnetischer Linsen sind von ähnlicher Größe wie die der elektrischen Einzellinsen, während die Gütefaktoren der Immersionslinsen und der entsprechenden magnetischen Linsen um eine Zehnerpotenz größer sind. Durch Kombination von schwachen elektrischen und schwachen magnetischen Linsen läßt sich keine Verbesserung erzielen.

Herrn Prof. Dr. O. Scherzer möchten wir für Anregungen und Unterstützung danken.

*Darmstadt*, Institut für theoretische Physik.

---

## Berichtigung zur Arbeit: Statistische Metrik und Quantenelektrodynamik <sup>1)</sup>.

Von Arthur March in Innsbruck.

Herr Prof. Pauli und Herr Fierz haben mich, wofür ich ihnen sehr verbunden bin, darauf aufmerksam gemacht, daß die Gleichung (9') sowie die Vertauschungsrelationen (5') und (6') mit den  $\alpha^{(s)}$  und daher auch mit der Hamilton-Funktion  $H$  nicht, wie es für eine widerspruchsfreie Theorie gefordert werden muß, vertauschbar sind. Die Vertauschbarkeit wird durch den Faktor  $\beta^{(s)}$  verhindert, den ich der Funktion  $D(x)$  aus Invarianzgründen hinzufügen zu müssen glaubte und der, wie sich bei näherer Überlegung herausstellt, keine Berechtigung hat. Der Irrtum entstand so, daß die Gleichung (7') und (9') rechts den Faktor  $\beta^{(s)}$  zu fordern scheinen, damit auf beiden Seiten ein Vierervektor steht. Aber  $D(x)$  ist, wie unmittelbar aus der Grundidee der Theorie hervorgeht, genau wie das Diracsche  $\delta(x)$  als eine uneigentliche Funktion zu denken, die außerhalb des Gebietes  $\gamma$  verschwindet, innerhalb  $\gamma$  aber bis auf die Forderung  $\int D(x) dv = 1$  völlig unbestimmt ist [was heißen soll, daß nicht etwa bloß eine Unkenntnis von  $D(x)$  vorliegt, sondern daß  $D(x)$  von Natur aus keine bestimmten Werte hat]. Eine solche Funktion in einen skalaren Teil und einen Faktor  $\beta$  zu zerlegen, ist offenbar sinnlos, da sie sich überhaupt nicht in bestimmter Weise transformiert, sondern beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem ihre Unbestimmtheit beibehält. Daher ist der Sinn der Gleichungen (7') und (9'), nach denen  $-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{H}$  und  $\text{div } \mathfrak{E}$  innerhalb der Kugel  $\gamma$  unbestimmt sind, bereits ohne den Faktor  $\beta^{(s)}$  invariant. Und zwar hat diese Invarianz nichts mit der Transformation einer Vektorgleichung zu tun (denn der Übergang auf ein anderes Koordinatensystem bedeutet ja den Übergang auf einen anderen Raumschnitt, so daß die neuen Feldgrößen nicht mehr zu den früheren Welpunkten gehören), sondern wird allein bedingt durch die Art der Funktion  $D(x)$ , deren Unbestimmtheit sich über das ganze Weltgebiet  $\gamma$  erstreckt.

Es ist daher das  $\beta^{(s)}$  in (5'), (6'), (7'), (9') sowie in allen Gleichungen, die daraus abgeleitet sind, zu streichen. Sachlich wird dadurch an der Theorie nichts geändert.

---

<sup>1)</sup> ZS. f. Phys. 106, 49, 1937.